

# 直線運動

## □導讀

物理學中最基層的部分是力學，而力學主要建立在三個基本量上，分別是：空間、時間、質量，本章主要探討時間與空間這兩個運動學要用到的基本量-探討的物體沿單一軸線移動的現象，並為下一章作準備

# 1.1 位移

## □運動學(Kinematics)

1. 限於研究運動的各種狀態
2. 僅討論運動體的空間與時間的關係：速度、加速度等，
3. 不涉及運動發生的原因。

## 動力學(Dynamics)

討論引起運動的原因，運動的本質及影響運動的各種因素。

## □質點：(爲了方便我們描述運動而定)

1. 體積遠小於所存在的空間
2. 物體本身的結構也是由質點所組成，所以質點完全視我們所需要而定
3. 簡單的想像--沒有體積卻有質量的一點

## □位置 (Position)：

1. 質點對\_\_\_\_\_的空間關係
2. 以與參考點的\_\_\_\_\_及\_\_\_\_\_表示，稱爲位置向量
3. 時間與空間的函數關係：\_\_\_\_\_

## □時間坐標：用來指明事件所發生的時間

1. 時刻：事件發生的時候(某一時間點)，如第三秒，三秒末或四秒初。
2. 時距：事件經歷的長短(一段時間)，如三秒內、第三秒內。
3. 第  $n$  秒末：時間  $t=n$  秒之瞬時
4. 第  $n$  秒內： $(n-1) \sim n$  秒，時距  $\Delta t=1$  秒
5.  $n$  秒內： $0 \sim n$  秒，時距  $\Delta t=n$  秒

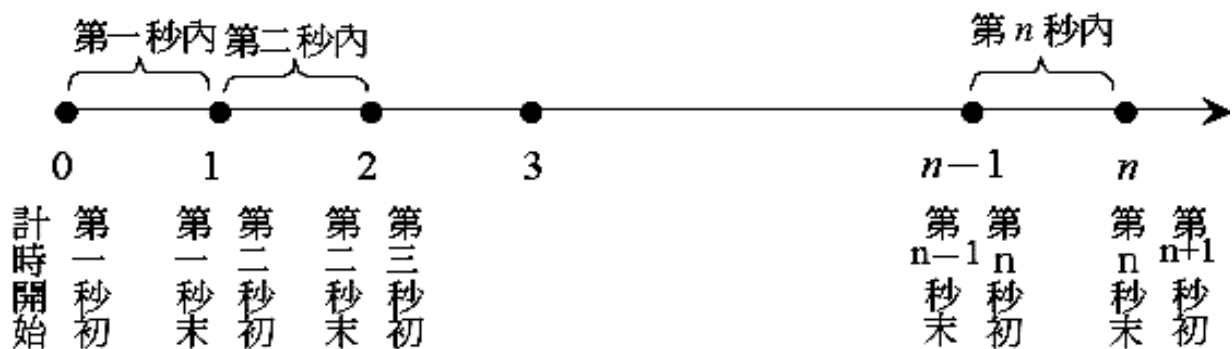


圖 1-1 時間與時刻的關係

### □運動與靜止的定義

1. 物體運動或靜止，視\_\_\_\_\_而定，是一個\_\_\_\_\_不是\_\_\_\_\_

■ 運動：物體的位置隨時間改變的狀態(對某一觀察者而言)

■ 靜止：物體的位置不隨時間改變的狀態(對某一觀察者而言)

2. 物體位置隨時間移動，可以用  $x-t$  圖或是方程式表示

A 線為一直線(等速度運動)方程式為 \_\_\_\_\_

B 線為一拋物線(等加速度運動)方程式為 \_\_\_\_\_

C 線為一曲線，表示物體進行複雜運動，方程式為 \_\_\_\_\_

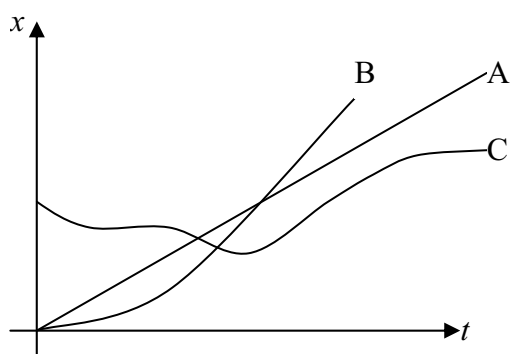


圖 1-2 位置對時間的關係圖

### □位移 (Displacement)與路徑(Path)

1. 位移  $\Delta x$  :

■ 位置的變化量  $\rightarrow$  物體由始點到終點的距離，包括\_\_\_\_\_及\_\_\_\_\_。

■ 與原點的選擇無關，必為\_\_\_\_\_，但與實際運動軌跡不一定一致

2. 路徑：又稱為路程

■ 物體實際運動軌跡之路線長，可為\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_

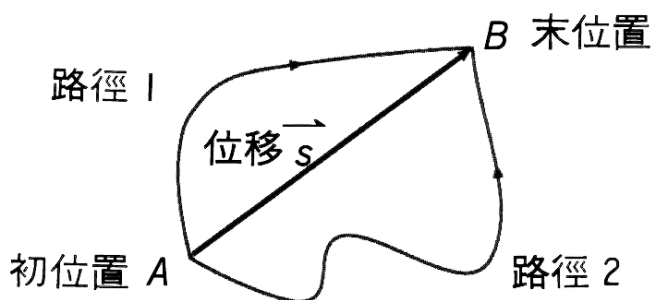


圖 1-3 位移與路徑的差異

位移是反映運動的結果，即位置向量的變化，它和物體所經的運動路線無關  
路徑長則是指物體沿軌跡所行經的長度，它和運動的路線有關

# 1.2 速度與速率

## □ 速度 (Velocity)

1. 具有方向的速率，簡單來說可以用來表示\_\_\_\_\_及\_\_\_\_\_
2. 定義：物體在單位時間內的位移

3. 單位：m/s 或 cm/s
- 大小：由位移的大小除以時間可得
  - 方向： $\bar{v} > 0$  物體往正 x 軸方向移動  $\bar{v} < 0$  物體往負 x 軸方向移動
  - 速度與位移兩者同方向

## □ 平均速度 (Average Velocity)

1. 物體的位移與所經歷的時間之比率

2. 說明：

- A. 代表  $x-t$  圖形上 PQ 的斜率
- B. 斜率為正：平均速度為\_\_\_\_\_，方向向右
- C. 斜率為負：平均速度為\_\_\_\_\_，方向向左

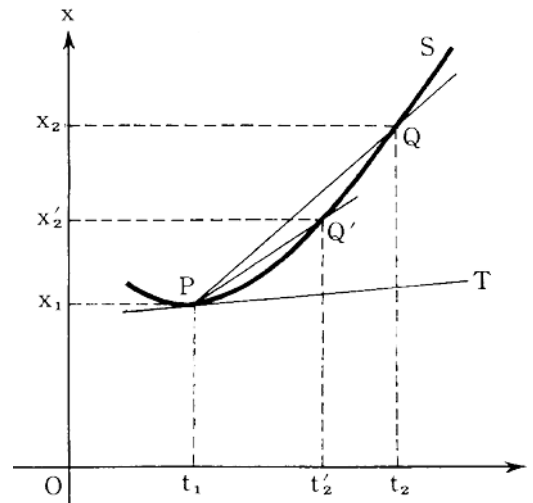


圖 1-4 平均速度與瞬時速度

## □ 瞬時速度 (Instantaneous Velocity)：

1. 在一極短時間內的位移 → 極短一段間的平均速度

2. 說明：

- 圖 1-4 中，當  $\Delta t$  逐漸變小時(也就是 Q 逐漸靠近 P 時)，斜線(割線)會愈來愈逼近切線，但卻永遠不可能超過切線，
- 當我們令  $\Delta t \rightarrow 0$  時，就可以視為切線，也就是說瞬時速度就等於  $x-t$  圖上該點的切線斜率，方向為圖形的切線方向
- 如果斜率一定(圖形為一條斜直線)，則代表\_\_\_\_\_。
- 如果斜率非固定(圖形一條曲線)，則代表\_\_\_\_\_。

## □ 速率 (Speed)

1. 描述物體運動的\_\_\_\_\_之物理量，不涉及方向的物理量
2. 定義：單位時間內所經過的路徑長 → \_\_\_\_\_ 單位：m/s 或 cm/s

# 1.3 加速度

## □ 加速度(Acceleration)

1. 定義：在單位時間內物體的速度變化量

\_\_\_\_\_

2. 加速度的大小由\_\_\_\_\_除以\_\_\_\_\_可得到

3. 加速度方向(以正、負表示)決定於末速度減初速度，與\_\_\_\_\_無關

4. 單位： $m/sec^2$ 、 $cm/sec^2$ 、

## □ 平均加速度(Average Acceleration)

1. 物體運動時，每單位時間內的速度變化量

\_\_\_\_\_

2. 平均加速度只考慮始末兩點的速度，不考慮中間過程，

3. 是  $v-t$  圖中始末兩點連線的斜率。

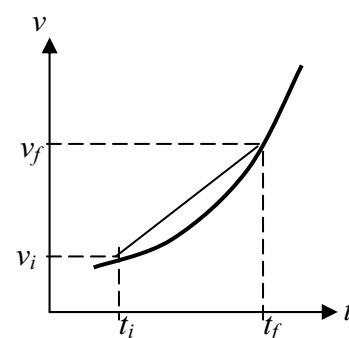


圖 1-5 平均加速度

## □ 瞬時加速度(Instantaneous Acceleration)

1. 極短時間內的平均加速度

\_\_\_\_\_

2.  $v-t$  圖中，某一點的切線斜率

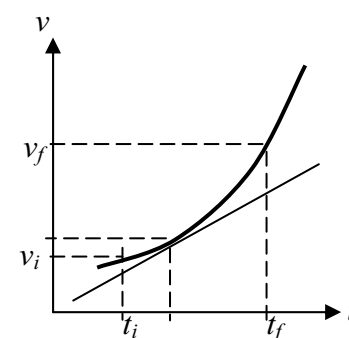


圖 1-6 瞬時加速度

## 範例演練

## 例題1：基礎題

令狐冲展輕功上恆山看儀琳小妹妹，上山速率為 6 km/hr，下山速率為 12 km/hr，往返一趟，求：(1)平均速度大小 (2)平均速率。

類題：假日登山，上山速率  $v$ ，下山(循原路)速率  $3v$ ，則全程平均速率為何？答： $\frac{3}{2}v$

## 例題2：時間與位移、速度的關係

人自某位置出發，先向東走 30 m，又向北走了 40 m，此人最後距出發點的位移為何？若此人向東走 10 秒，向北走了 8 秒，則全程之平均速度為多少 m / sec

解：

類題：一火車以 60 公里/小時之速度行駛 0.52 小時，以 30 公里/小時之速度行駛 0.24 小時，又以 70 公里/小時之速度行駛 0.71 小時，則此行程之平均速率約多少

## 例題3：平均加速度

棒球以  $35 \text{ m/s}$  的水平速度飛向打擊者，打者揮棒將其以  $45 \text{ m/s}$  的速度反向擊出，若球與棒的接觸時間為  $0.04 \text{ s}$ ，則球所受平均加速度值為何？

類題：一直線上運動的物體，其速度在  $10 \text{ s}$  內由向東  $2 \text{ m/s}$  變成向西  $8 \text{ m/s}$ ，則物體在這段時間內的平均加速度大小 \_\_\_\_\_  $\text{m/s}^2$

## 例題4：綜合題

手錶的秒針長  $2 \text{ cm}$ ，求該針尖在  $0 \text{ s}$  至  $15 \text{ s}$  內的：(1)平均速度。(2)平均速率。(3)平均加速度。

解：

## 課後練習題

1. 自強號火車欲由台南至高雄，先以速率  $v$  行全程之  $1/3$ ，欲使全程平均速率為  $2v$ ，求餘程之速率應為多少？
2. 小明身高 180 cm，他雙手捧籃球鉛直向上拋出，球過頭頂瞬間離手。3.0 秒後籃球落地反跳後又被他接住，若球上升的最高點離地面 12.0 m，手接球點離地面 90 cm，求球之總位移 (2) 運動總路徑長 (3) 平均速度 (4) 平均速率
3. 甲與乙同時由早上六點出發，各從自己住處奔向對方的住處，已知兩人中午十二點時相遇，而且甲於下午四點抵達目的地，假設兩人所行路徑相同且均為等速度運動，則乙於何時抵達目的地？
4. 甲、乙兩人玩百米賽跑比賽，甲抵終點時，乙跑了 90 米。再比一次時，甲於起跑線後方 10 米處起跑，假設其餘條件與第一次比賽相同，則第二次比賽誰贏？

## 答案

答：1.  $4v$       2.(1) 0.90m，向下 (2) 23.10m (3) 0.30m/s，向下 (4) 7.70m/s

□直線運動中，速度與加速度的關係

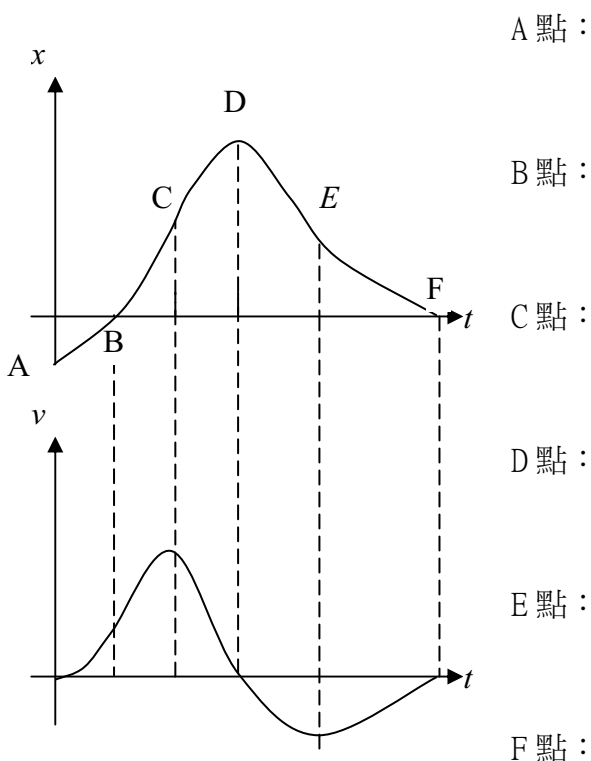
1. 加速度的方向決定速度的改變情況

- 加速度與速度同方向 → 將使速度的大小\_\_\_\_\_
- 加速度與速度反方向 → 將使速度的大小\_\_\_\_\_

2. 加速度的大小決定速度\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_的快慢程度

□函數圖形與運動學之關係

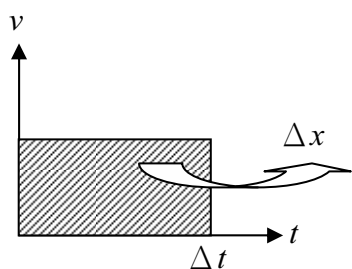
1. 斜率的意義



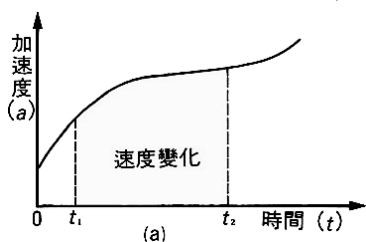
2. 面積的意義

■ v-t 圖中曲線與 t 軸所夾的面積為位移

在 t 軸上方則位移為正  
在 t 軸下方則位移為負



■ 加速度與時間關係圖(a-t)圖



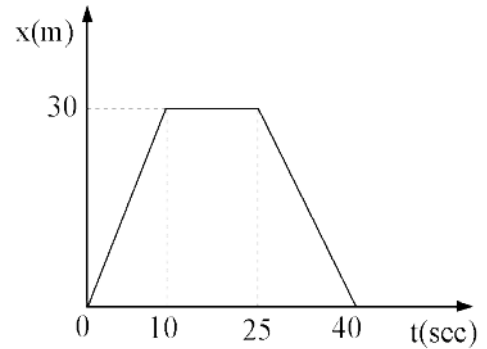
## 範例演練

## 例題5：x-t 圖

請由下圖回答下列各問題：

- (1) 最初 10 秒內之平均速度為何？
- (2) 最初 20 秒內之平均速度為何？
- (3) 10~25 秒物體之瞬時速度為何？
- (4) 第 5 秒物體瞬時速度為何？
- (5) 第 30 秒物體瞬時速度為何？
- (6) 40 秒內平均速度為何？
- (7) 40 秒內平均速率為若干？
- (8)  $t$  為多少秒時，物體又返回原點？

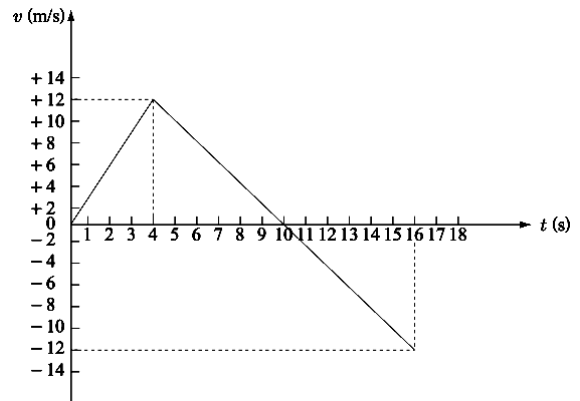
解：



## 例題6：v-t 圖

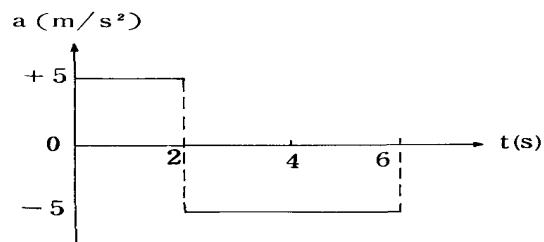
下圖為一直線運動體的  $v-t$  函數圖形，若  $t=0$  時物體的位置  $x_0 = +10\text{m}$ ，試求(A)0~4s 內的加速度，(B)第 6 秒時的速度，(C)第 10 秒時物體的位置，(D)16 秒內之平均速度，(E)16 秒內之平均速率。

解：



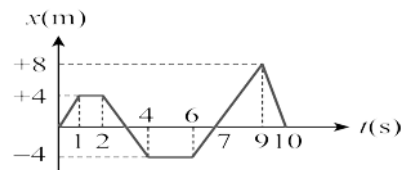
## 例題7：a-t 圖

某物作直線運動之質點的 a-t 圖如右若  $t=0$  時，速度為  $-2 \text{ m/s}$ ，求：(1)第 2 秒時之速度 (2)第 6 秒時之速度

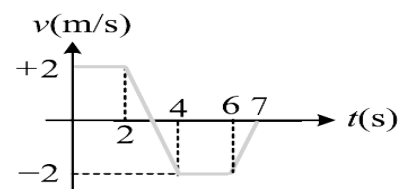


## 課後練習題

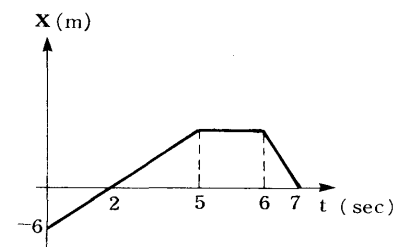
1. 一直線運動質點的 x-t 圖如右，則 (A)開始運動後，共經過原點 3 次 (B)1~2(s)為靜止 (C)0~7(s)的平均速度為  $+4 \text{ (m/s)}$  (D)0~3(s)的位移為零 (E)0~7(s)的路徑長為  $20 \text{ (m)}$ 。



2. 某質點的速度與時間關係圖如右所示，已知質點在第 4 秒的位置為  $+12$  公尺，則(A)出發點的位置為  $+8$  公尺 (B)出發點的位置為  $+16$  公尺 (C)運動全程改變 2 次方向 (D)全程的位移為  $-1$  公尺 (E)全程的平均速率為  $2$  公尺/秒。



3. 右圖為一質點在 x 軸上運動的位置與時間關係圖，求：(1) 5 秒內平均速度 (2)第 7 秒內平均速率 (3) 7 秒內平均速度



## 答案

答：1.(A)(B)(D) 2.(A)(D) 3.(1)  $3 \text{ m/s}$  (2)  $9 \text{ m/s}$  (3)  $\frac{6}{7} \text{ m/s}$

### □導函數(補充教材)

1. 定義：假設原函數關係式  $f(x)$ ，而  $f'(x)$  為另一函數，若在  $f(x)$  之定義中之任一點  $x=a$  處之導數恰為  $f'(a)$ ，則稱  $f'(x)$  為  $f(x)$  的導函數

2. 記號： $f(x)$  的導函數通常表示成 \_\_\_\_\_ 或 \_\_\_\_\_

3. 第  $n$  階導函數

● 第一次導函數  $\rightarrow y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \Rightarrow y' = \frac{dy}{dx}$

● 第二次導函數  $\rightarrow y'' = f''(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y'}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x} \Rightarrow y'' = \frac{d^2 y}{dx^2}$

● 其他依序類推

4. 可微分：由  $f(x)$  求  $f'(x)$  的計算過程，我們稱為將函數  $f(x)$  微分

5. 多項式的微分：\_\_\_\_\_

6. 導函數在運動學中的應用

$$x = f(t) \xleftarrow[\text{反導函數 (升階)}]{\text{導函數 (降階)}} v = \frac{d f(t)}{d t} \xleftarrow[\text{反導函數 (升階)}]{\text{導函數 (降階)}} a = \frac{d v}{d t} = \frac{d}{d t} \cdot \frac{d f(t)}{d t} = \frac{d^2 f(t)}{d^2 t}$$

■ \_\_\_\_\_

■ \_\_\_\_\_

運動狀態 函數	等速度運動	等加速度運動
$x(t)$	$x = x_0 + v_0 t$	$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
$v(t)$	$v = v_0$ (定值)	$v = v_0 + a t$
$a(t)$	$a = 0$	$a = \text{常數}$

此部分之數學教材在於補足高中數學無法銜接高中物理教學而特別添加高中物理著重於「微分」的應用，而非是微分的數學意義

## 範例演練

例題8：多項式微分-基本題

運動的位置與時間關係為  $x(t) = 5 + 4t - 2t^2$  (MKS 制)，求：(1)初速度 (2)加速度 (3)最遠的正向位置為何？在什麼時刻？(4) 4 秒末的位置 (5) 4 秒內的平均速度 (6) 4 秒內的平均速率。

類題：已知位置與時間關係為  $x = 3t^2 - 6t + 5$  (M.K.S 制)，何時距原點最近？此距離是多少？

## 課後練習題

- 某質點運動位置與時間關係式為  $x(t) = -3t^2 + 6t + 2$  ( $x$ : 米,  $t$ : 秒)，求：第2秒內位移 (2)3 秒內平均速率
- 某直線運動質點位置與時間關係式為  $x(t) = 6t - t^2$  ( $x$ : 米,  $t$ : 秒)求：(1)速度與時間關係式 (2)運動方向何時發生改變 (3)首3秒內的平均速度 (4)加速度與時間關係式 (5)6秒內平均加速度
- 一物體在直線上運動之位置( $x$ )—時間( $t$ )函數關係為  $x = 2 + 4t - t^2$ ， $x$ 之單位為米， $t$ 之單位為秒，求此物體前4秒內之平均速率為？

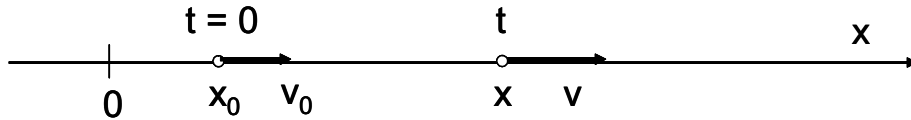
## 答案

1.(1) - 3 m (2) 5 m/s 2.(1)  $v = 6 - 2t$  (2) 第3秒 (3) 3 m/s (4)  $a(t) = -2$  (5)  $-2 \text{ m/s}^2$  3. 2 m/s

# 1.4 直線等加速度運動

## □ 直線等加速度運動

1. 定義：若物體以一定的加速度  $a$  在一直線上運動，當時間  $t=0$  時，位置座標在  $x_0$  處，速度為  $v_0$ 。經時間  $t$  後，位置座標在  $x$  處，速度變為  $v$ ，則



2. 基本條件：

- 加速度方向及大小一定，不隨時間而變 → 物體移動時候，速度等量加減
- 初速度平行加速度方向

3. 公式：

1<sup>st</sup> : \_\_\_\_\_

2<sup>nd</sup> : \_\_\_\_\_

3<sup>rd</sup> : \_\_\_\_\_

4. 簡易說明：

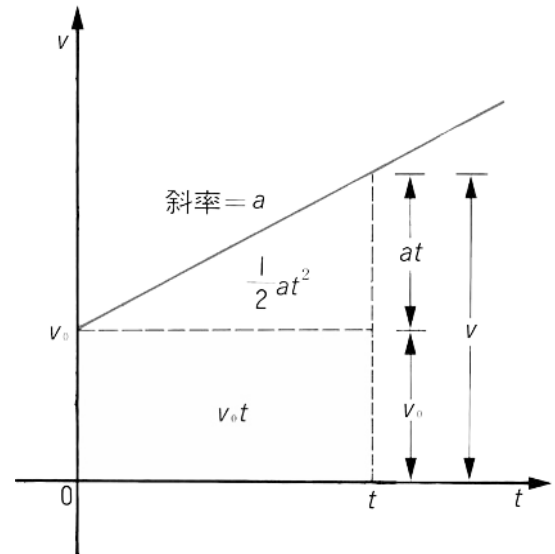
- $v-t$  圖中的斜率  $\frac{\Delta v}{\Delta t} = a$

\_\_\_\_\_

- $v-t$  圖中的面積為位移  $\Delta x$

\_\_\_\_\_

- 消去  $t$  : \_\_\_\_\_



## 範例演練

## 例題9：基礎題

正常人駕駛汽車時，以  $15(\text{m/s})$  行駛時，安全煞車距離為  $30(\text{m})$ ；以  $20(\text{m/s})$  行駛時，安全距離為  $50(\text{m})$ ，則 (1) 正常人的反應時間為何？ (2) 汽車的加速度為何？

答：：(1)  $0.5(\text{s})$  (2)  $-5(\text{m/s}^2)$

類題：甲車以  $10$  米／秒，乙車以  $4$  米／秒之速率在同一車道中同向前進。若甲車之駕駛員在離乙車後方離  $d$  處發現乙車，立即踩剎車而使其車獲得負  $2$  米／秒<sup>2</sup> 之定值加速度，為使兩車不致相撞，則  $d$  之值至少應大於：(A)  $3$  米 (B)  $9$  米 (C)  $16$  米 (D)  $20$  米 (E)  $25$  米。答：B

## 例題10：追逐問題

在一直線的高速公路上，有甲、乙兩車正以等速度行駛，甲車的速度為  $80 \text{ km/hr}$ ，乙車落在甲車之後  $5$  公里處，正以  $100 \text{ km/hr}$  的速度追趕甲車，則趕上甲車需費時\_\_\_\_\_小時。

解：

類題：一步行者以  $8 \text{ m/s}$  之速度在一直線道路上追趕一輛同向行駛而被紅燈所阻之靜止公車，當他距公車  $30$  公尺時，交通燈改變，公車以  $2 \text{ m/s}^2$  加速度駛去，則人車之最短距離為\_\_\_\_\_米。答：14

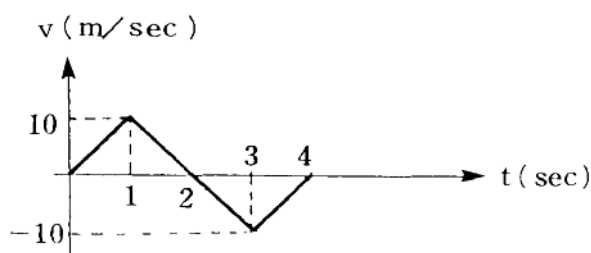
例題11：綜合題

一靜止的火車自 A 站以  $a_1 = 2\text{m/s}^2$  出發，當速度達  $40\text{m/s}$  時改以  $a_2 = -4\text{m/s}^2$  減速到 B 站而停止，求：(1)從 A 站到 B 站共耗時多少？(2)兩站相距多少？(3)全程平均速度？

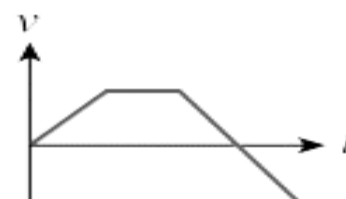
答：(1)30 秒 (2)600(m) (3)20m/s

## 課後練習題

1. 某質點作直線等加速度運動，每秒拍照 100 次，在照片中發現某相鄰兩點距為 0.1 米，次相鄰兩點相距 0.2 米，求此物加速度大小。
2. 一質點自靜止作等加速度直線運動，第 10 秒內的位移比第 9 秒內多 10 公尺，求：第 10 秒內的位移若干？ (2) 加速度若干？ (3) 第 10 秒末的速度為何？
3. 右圖為一物在x軸上運動的v-t圖，若初位置x=3米，繪出其x-t圖。



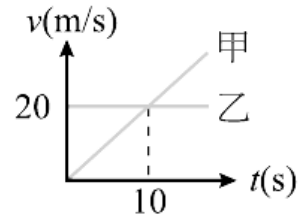
4. 一質點在 $t=0$ 時在原點靜止起動，首3秒的加速度均為 $+4.0 \text{ m/s}^2$ ，其後3秒的加速度為 $-6.0 \text{ m/s}^2$ ，試繪出其a-t；v-t及x-t函數圖形。



5. 某物沿一直線作等加速度運動，在其速度由  $v$  變為  $-v/3$  的時距內，其平均速度值與平均速率的比值為何？
6. 一物體從靜止開始作直線運動，已知該物體先以  $2 \text{ 公尺/秒}^2$  的等加速度運動，接著以等速運動 5 秒後，再以  $-2 \text{ 公尺/秒}^2$  的加速度減速到停止。若全程運動的距離為 100 公尺，則此物體運動過程的最大速率為\_\_\_\_\_公尺/秒；全程的總時間為\_\_\_\_\_秒。
7. 火車沿直線鐵道靜止於A站，以 $+a$ 之加速度出發，到B站後，以等速  $v$  行駛至C，然後做  $-a$  加速度停於D，若站間等距，則行駛全程歷時多久？
8. A、B兩車速率各為 $36 \text{ km/hr}$ 及 $72 \text{ km/hr}$ ，A車在前，相距 $20 \text{ m}$ ，B以等減速度 $2 \text{ m/s}^2$  減速，求是否相撞，若相撞何時相撞？
9. 若甲乙兩物在同一直線上運動，其位置x(米)與時間t(秒)的關係各為 $x(t)=8t+10$ 與 $x(t)=2t^2$ ，則兩物會不會相撞？若會，則何時相撞？若不會，則最近距離為何？

10. 甲火車長300米，在鐵軌上等速40m/s行駛，乙火車長100米，靜止在另一平行鐵軌上，當甲火車尾超過乙火車頭時，乙火車由靜止以加速 $2\text{m/s}^2$  起動，且當速度為60m/s後便以等速行駛，則幾秒後乙火車尾超過甲火車頭？

11. 甲、乙兩車在直線道路上同向行駛。已知開始時乙車領先甲車96公尺。若兩車的速度-時間圖如右。則 (1)甲、乙兩車在10秒內的位移量值之比為何？ (2)甲車經過幾秒後，才能追上乙車？



12. 一直線運動質點的位置  $x$  與時間  $t$  的關係為  $x = -t^2 + 2t$  (單位:SI 制) 則 (1)畫出  $x-t$  圖。 (2)質點於第幾秒時方向發生改變？ (3)質點於前4秒內移動的路徑長為何？

### 答案

1.  $1000 \text{ m/s}^2$       2.(1)95m (2) $10\text{m/s}^2$  (3) $100\text{m/s}$   
 6.  $\frac{4}{5}$       7. 10, 15      8.  $\frac{5V}{2a}$       9.  $5 - \sqrt{5}$  秒時會相撞      9. 會相撞,  $t=5$  秒時相撞  
 10. 65秒      11. 8秒      12. (1) 1 : 2      (2) 24      13. (2)1秒, (3)10公尺

## 1.5 特例的直線加速度運動

### □自由落體 free fall

1. 當物體只受到地球引力的作用，不受其它任何阻力的影響而從空中落下的運動。
2. 重力加速度  $g=9.8 \text{ m/s}^2$
3. 物體從靜止狀態  $v_0 = 0$ ，受重力吸引自某高度  $h$  加速落下

■ 落地時間  $t$  \_\_\_\_\_

■ 落地瞬間的瞬時速度  $v$ (大小) \_\_\_\_\_

### □鉛直上拋

1. 以初速  $v_0$  鉛直向上拋出，因受重力吸引，當達到一最大高度  $H$  後，開始落下
2. 定方向向上為正，則 \_\_\_\_\_

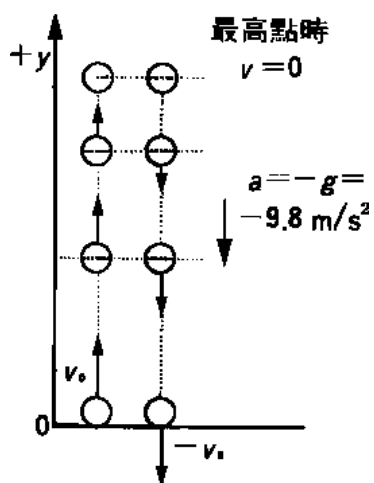


圖 1-7 鉛直上拋

1. 質點運動方程式

2. 上升達最大高度  $H$  時，速度為零，時間  $t$

由(a)→ \_\_\_\_\_

由(c)→ \_\_\_\_\_

3. 上升距離=下降距離

落下時間=上升時間→全程運動： \_\_\_\_\_

## 範例演練

## 例題12：自由落體運動【84 推甄】

如圖所示，小明手持米尺，使米尺下端零點位於小華拇指與食指之間。小華一看到小明鬆手，就立即抓握米尺，結果米尺落下 20 公分。若重力加速度為  $10 \text{ 米/秒}^2$ ，則小華的反應時間約為多少秒？ (A)0.2 (B)0.02 (C)2 (D)20



類題：若不計空氣阻力，一物自高  $h$  處自由落下，須費時多久？\_\_\_\_\_。落地前瞬間的速率為\_\_\_\_\_。

## 例題13：鉛直上拋

在地面上以初速度  $20\text{m/s}$  鉛直上拋一石頭，若不計算空氣阻力的影響，則下列敘述何者正確？ ( $g = 10\text{m/s}^2$ ) (A)石頭到達最高點需費時幾秒 (B)石頭最高離地多少公尺 (C)到最大高度一半路程時的速率為多少

解題概念

列出已知數與未知數

$v_0$	$v$	$a$	$t$	$s$
20	0	-10		

詳解：

答：(A)2 秒 (B)20(m) (C)  $v_2 = 10\sqrt{2}(m/s)$

類題：某物體以  $V_0$  之初速作鉛直上拋，當它的速度變成  $2V_0$  向下時，如附圖，歷時\_\_\_\_\_。(重加速度為  $g$ )

## 例題14：綜合題

一棒球發球機以每秒 19.6 公尺的初速把一棒球垂直往上發射。當球達到最高點時，發球機又以同樣的初速往上發射第二個球。(  $g = 9.80$  公尺 / 秒<sup>2</sup>)

(1)第一球發射後，最高點離發球機多高？ (2)到達最高點需多少時間？

(3)如兩球在空中相撞，第二個球由發射到相撞需多少時間？ (4)此時兩球離發球機多高？

解：(1)19.6 公尺；(2)2 秒；(3)1 秒；(d)14.7 公尺

類題：有一小石子自塔頂落下  $a$  公尺後，另一小石於離塔頂下方  $b$  公尺處自由落下，結果兩石同時著地，則塔高為若干(公尺)？(但  $b > a$ )

$$\text{答：} h = \frac{(b+a)^2}{4a}$$

## 課後練習題

1. 高度差為14.7公尺的甲球與乙球，同時靜止自由落下，若甲球比乙球遲一秒鐘落地，則甲球原來的高度為何？( $g=9.8\text{m/s}^2$ )
2. 塔頂一靜止下落之自由落體，已知最後兩秒內落下的高度塔高的 $\frac{8}{9}$ ，試求：(1)落地時間 (2)塔高 ( $g=9.8\text{m/s}^2$ )
3. 一球由高處自由落下，在落地前最後1秒，其位移為全程位移的 $\frac{1}{4}$ ，則小球下落的總時間為何？( $g=10\text{m/s}^2$ )
4. 一石  $p$  由頂樓自由下落距離  $a$  後，石子  $q$  始由頂樓下方距離  $b$  處靜止下落。若兩石同時著地，則頂樓的高度為何？
5. 物體以初速  $v$  被鉛直上拋，重力加速度  $g$ ，則自拋出上升到最大高度的一半處，所需時間為何？
6. 若一網球從 5公尺高度由靜止落至地面，反彈至 1.25公尺的高度，若球與地面的接觸時間為 0.010秒 (重力加速度  $g=9.8\text{ m/s}^2$ )，則球在接觸時的平均加速度值為何？
7. 一石由頂樓向上鉛直拋出，其拋出速度為 $40(\text{m/s})$ 。已知頂樓的高度為 $100(\text{m})$ ，則該石子經過多久落地( $g=10\text{m/s}^2$ )？
8. 某物體從39.2米高的建築物頂端靜止自由落下時，地面有一石子同時以 $19.6\text{m/s}$ 的初速鉛直上拋，則兩者相遇的時間及高度為何？( $g=9.8\text{m/s}^2$ )
9. 球自高  $H$  處自由落下，另一石同時自地面以初速  $v_0$  鉛直上拋，結果球與石同時著地，則 $H$  應為何？
10. 升降機內有一螺絲釘自高2.45米的天花板自行掉落至地板上，試求下列各情況下掉落的時間：(1)升降機靜止 (2)升降機等速下降 (3)升降機以 $4.9\text{m/s}^2$ 等加速度上升 (4)升降機以 $4.9\text{m/s}^2$ 等加速度下降( $g=9.8\text{m/s}^2$ )
11. 設一電梯以等加速度  $a$  垂直上升，其內有乘客於  $t=0$  時，將一原靜止於其手中、距離電梯地板為  $h$  的物體釋放，重力加速度  $g$ ，試求此物體抵達電梯地板之時刻？
12. 一氣球自地面由靜止以 $\frac{g}{8}$ 的加速度上升， $g$ 為地表之重力加速度，4秒後由氣球上落下一小石子，再經幾秒後小石子會落地？

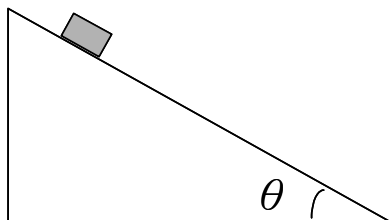
13. 小明乘坐熱氣球由地面以等速度 $12(\text{m/s})$ 上升。當熱氣球到達離地 $32(\text{m})$ 處，小明將手中的一只木箱靜止釋放，此後熱氣球即以加速度 $2(\text{m/s}^2)$ 上升，則當木箱著地時，小明的離地高度為\_\_\_\_\_ (m)，熱氣球當時的速度為\_\_\_\_\_  $\text{m/s}$ 。(令 $g=10\text{m/s}^2$ )

## 答案

1.  $19.6\text{m}$     2.(1) $3\text{秒}$     (2) $44.1\text{m}$     3.  $4+2\sqrt{3}$  秒    4.  $\frac{(a+b)^2}{4a}$     5.  $\frac{(2-\sqrt{2})v}{2g}$
6.  $1.48\times 10^3 \text{ m/s}^2$     7.  $10(\text{s})$     8.  $2\text{s}; 19.6\text{m}$     9.  $\frac{2v_0^2}{g}$
- 10.(1) $0.71\text{s}$     (2) $0.71\text{s}$     (3) $0.58\text{s}$     (4) $1\text{s}$     11.  $\sqrt{\frac{2h}{(g+a)}}$     12.  $2\text{s}$     13.  $96, 16$

□沿光滑斜面之等加速度運動

1. 物體在光滑斜面上的運動為等加速度直線運動，
2. 斜面的傾斜角如為  $\theta$ ，則加速度的大小為  $g \sin \theta$ 。
3. 如以斜面方向為  $x$  座標，斜上為正，斜下為負



## 範例演練

## 例題15：基礎題

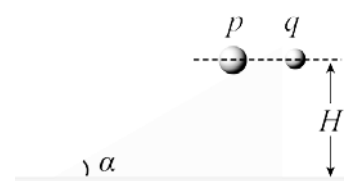
以初速 $10\text{m/s}$ ，沿斜角 $\theta = 30^\circ$ 之光滑斜面上行， $g = 10\text{m/s}^2$ ，求：(1)最大位移值 (2)頂點加速度值 (3)幾秒後回原點

類題：一物體從長24米的光滑斜面頂點靜止下滑，經4秒到達斜面底部。今將此物體以某初速沿此斜面上行，經6秒後又滑回斜面底，則此初速值為何 答： $9\text{m/s}$

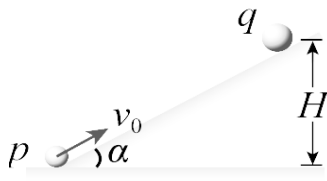
## 例題16：

等高兩光滑斜面，斜角分別為 $\theta_1$ 與 $\theta_2$ ，質點靜止由頂點至斜底所需時間各為 $t_1$ 與 $t_2$ ，求 $t_1$ ： $t_2$

類題：等高兩光滑斜面A、B，斜面長各為 $L_A$ 與 $L_B$ ，質點由頂點靜止下滑所需時間比?答： $L_A : L_B$



## 課後練習題

1. 有兩質點  $p$ 、 $q$  同時開始運動，已知質點  $p$  沿著光滑斜面自由下滑；質點  $q$  則自由下落，如圖。則  $p$ 、 $q$  兩球著地時間的比值為何？
  2. 有  $p$ 、 $q$  兩球在傾斜角為  $\alpha$  的光滑斜面上，已知  $p$  球以速度  $v_0$  由底端上滑，而  $q$  球則從頂端自由下滑。今兩球同時運動，若兩球在  $p$  的出發點相遇，則  $v_0$  之值為\_\_\_\_\_；兩球相遇的時間為\_\_\_\_\_。
- 
3. 一木塊以速度  $v_0$  由斜面底端上滑，當該木塊再度滑回出發點時，當時的速率為  $\frac{v_0}{2}$ ，則該木塊上滑與下滑的時間比為何？；該木塊上升與下降的加速度量值之比為何？
  4. 一物體從光滑斜面底部以初速度  $V(\text{m/s})$  沿斜面上滑，經  $2t$  秒後又滑回斜面底部；若將此一質點由斜面頂端靜止自由下滑，必須花費  $4t$  秒，則此斜面長度為何？(以  $V$ 、 $t$  表示之)

## 答案

1.  $\frac{1}{\sin \alpha}$     2.  $\sqrt{\frac{gH}{2}}$  ,  $\frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{2H}{g}}$     3.  $1:2$  ,  $4:1$     4.  $8Vt(\text{m})$

## 1.6 相對運動

挪至 Chapter 2 平面運動

## 歷屆試題演練

1. 一孩童在高 44.1 米之斷崖上使一石自然落下。經一秒後，又鉛直投下一石，結果兩石同時著地。此孩投下之第二石的初速為\_\_\_\_\_米 / 秒。 [61.日大]

2. 10 千克的鐵球與 5 千克的鐵球，由靜止狀態自同一位置同時自由落下，兩球落抵地面所需的時間相同。這是因為：(A)作用力等於反作用力 (B)兩球都是鐵做的 (C)兩球的位能變化相同 (D)兩球所受地心引力相等 (E)每球所受重力與其質量之此值相同。 [62.日大]

3. 上山速率為 6 公里 / 時，下山速率為 12 公里 / 時，則往返一趟，其 (A)平均速度為 9 公里 / 時 (B)平均速率為 0 公里 / 時 (C)平均速率為 6 公里 / 時 (D)平均速率為 9 公里 / 時 (E)平均速率為 8 公里 / 時。 [62.夜大]

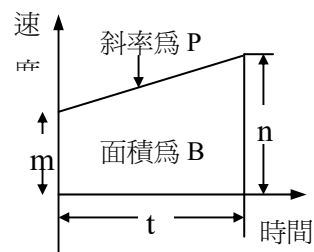
4. 自高處自由落下的物體，其前半程與後半程落下所需時間之比為：(A)1 (B) $\sqrt{2}$   
(C) $\sqrt{2}-1$  (D) $\sqrt{2}+1$  (E) $\sqrt{3}$ 。 [63.日大]

5. 初速為零之自由落體，其第  $n$  秒中落下之距離為第一秒中落下距離之 (A) $(n-\frac{1}{2})$  倍 (B) $2n$  倍 (C) $(2n-1)$  倍 (D) $n^2$  倍 (E) $(n^2-1)$  倍。 [63.夜大]

6. 在一直線上作等加速度運動之物體，其速度隨時間變化之圖如

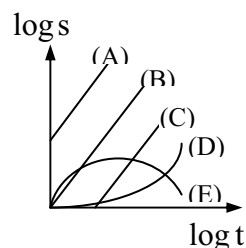
右，則圖中各量滿足 (A) $B = \frac{1}{2}Pt^2$  (B) $m + Pt = B$

(C) $P = \frac{m+n}{2}t$  (D) $n = mt + \frac{1}{2}Pt^2$  (E) $n^2 = m^2 + 2PB$  [63.夜大]

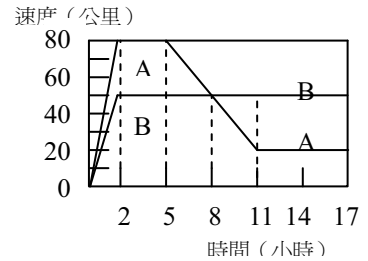


7. 船對水之速率為 18 公里 / 時，而河水之流速為 6 公里 / 時，則船沿此河往返一趟，其平均速率為\_\_\_\_\_公里 / 時。 [63.夜大]

8. 一自由落體（初速為零）在  $t$  秒內落下的距離為  $s$  米。若將  $t$  的對數和  $s$  的對數分別作為  $x$  座標和  $y$  座標（如右圖所示）則表示兩者關係的圖形大致為何者？ [64.日大]



9. AB 兩部汽車舉行競賽，其過程如右圖所示。下列敘述中那幾項是對的？ (A)出發兩小時以後 B 車的加速度一直為零。 (B)出發後 8 小時 B 車趕上 A 車。 (C)出發後 11 小時內，A 車的平均速度比 B 車的大。 (D)出發後 17 小時時 A 車領先 B 車。 (E)先到 500 公里處的是 A 車。 [65.日大]



10. 河寬 1 公里，河水流速 3 公里 / 小時，某人在靜止水中划船速率為 4 公里 / 小時，此人將船身保持與河岸垂直划往對岸，所需時間為多少小時？ (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{1}{5}$  (C)  $\frac{1}{6}$  (D)  $\frac{1}{7}$

- (E)  $\frac{1}{8}$ 。 [65.夜大]

11. 自一等速上升，速度為 5 公尺 / 秒的氣球，在距地面 100 公尺處自底部放下一石子，則一秒後石子與氣球底部之距離為多少米？ (A)4.9 (B)9.8 (C)14.8 (D)9.9。 [65.夜大]

12. 火車以等加速度行駛。其前端通過車站某一點時速率為  $u$ ，後端通過時速率為  $v$ 。火車中點通過該點時速率應為： (A)  $2\sqrt{u^2 + v^2}$  (B)  $\sqrt{2(u^2 + v^2)}$  (C)  $\sqrt{\frac{1}{2}(u^2 + v^2)}$  (D)  $\sqrt{\frac{1}{2}uv}$

- (E)  $\frac{1}{2}(u + v)$ 。 [66.日大]

13. 高度差為 14.7 公尺之甲球與乙球，同時自由落下，則甲球比乙球遲一秒鐘著地。甲球原來之高度： (A)39.2 公尺 (B)34.3 公尺 (C)29.4 公尺 (D)24.5 公尺 (E)19.6 公尺。 [66.日大]

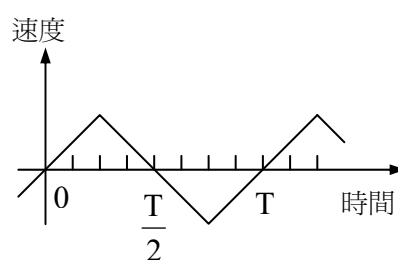
14. 聲音在空氣間之速度為每秒 330 公尺。若落井下石，三秒鐘後聽到聲音，則井的深度約為： (A)330 公尺 (B)110 公尺 (C)80 公尺 (D)64 公尺 (E)44 公尺。 [68.日大]

15. 設某車由靜止以等加速度 2 哩 / (小時一秒) 加速前進 1 / 9 哩車行此距離所需時間為： (A)10 秒 (B)20 秒 (C)40 秒 (D)60 秒 (E)180 秒。 [68.夜大]

16. 有一石頭由高  $h$  公尺處自由落下，同時有一石頭在同一鉛直線上以初速  $V$  公尺 / 秒由地面向上拋。如要兩石在空中相撞，則  $V$  需大於多少： (A)  $\sqrt{h/g}$  (B)  $\sqrt{(1/2)hg}$  (C)  $\sqrt{2h/g}$

- (D)  $2hg$  (E)  $\sqrt{hg}$ 。 [69.夜大]

17. 右圖為某週期運動的速度-時間的關係：T 為週期。時間等於那兩個值時，質點通過相同位置 (A)  $\frac{1}{8}T$  和  $\frac{3}{8}T$  (B)  $\frac{1}{8}T$  和  $\frac{5}{8}T$  (C)  $\frac{3}{8}T$  和  $\frac{5}{8}T$  (D) 0 和  $\frac{1}{2}T$  (E)  $\frac{1}{4}T$  和  $\frac{3}{4}T$ 。

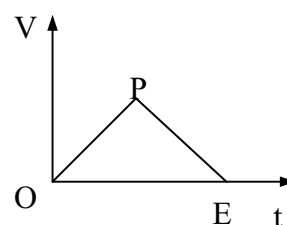


[69.夜大]

18. 甲車以 10 米 / 秒，乙車以 4 米 / 秒之速率在同一車道中同向前進，若甲車之駕駛員在離乙車後方距離  $d$  處發現乙車，立即踩煞車而使其車獲得負  $2$  米 / 秒<sup>2</sup> 之定值加速度，為使兩車不至相撞，則  $d$  之值至少應大於： (A) 3 米 (B) 9 米 (C) 16 米 (D) 20 米 (E) 25 米

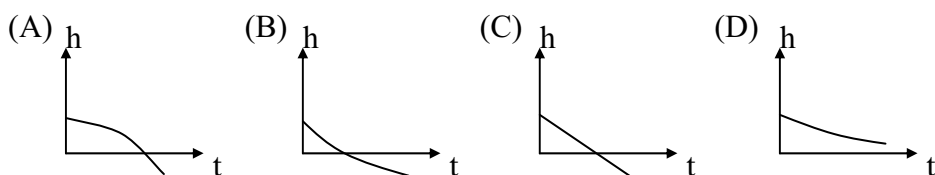
[70 日大]

19. 右圖為速率對時間的關係，若運動方向一定，則下列敘述中正確的是： (A) OP 為等速運動 (B) PE 為等加速運動 (C) OPE 圖線下面積代表位移大小 (D) OPE 面積 ÷ OE 時間 = 平均速率 (E) OP 和 PE 之加速度相等。



[70.夜大]

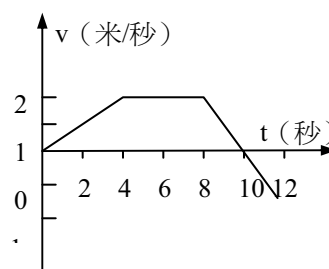
20. 自由落體其高度  $h$  與時間  $t$  之函數關係以下列各圖中那一圖為最正確？



[71.日大]

21. 如右圖所示為沿  $x$  軸運動質點之速度  $v$  與時間  $t$  之關係。若  $t=0$  時該質點位於  $x=4$  米處，則在  $t=12$  秒時該質點之位置， $x$  應為： (A)  $x=12$  米 (B)  $x=16$  米 (C)  $x=18$  米 (D)  $x=22$  米 (E)  $x=24$  米。

[71.日大]



22. 用電鈴型計時器，拉動通過計時器的紙帶以分析物體運動速度和加速度的實驗中，可以分析的運動是 (A) 速度恆為正值，加速度亦為正值的運動 (B) 速度恆為負值，加速度亦為負值的運動 (C) 速度由正值變負值，加速度為負值的運動 (D) 速度由負值變正值，加速度為正值的運動 (E) 速度恆為正值，加速度由負值變正值的運動。

[72 日大]

23. 一人身高為 1.7 公尺，以每小時 2 公里的速率，由高為 3.4 公尺的路燈正下方沿一直線走出。此人的頭頂在水平地面上的影子的速率為 (A) 2 公里 / 時 (B) 4 公里 / 時 (C) 1 公里 /

時 (D)  $\frac{1}{2}$  公里 / 時 (E) 3 公里 / 時。

[72.日大]

24. 將兩質點 A、B 同時從塔頂，以相同的初速  $v_0$  拋出，A 被垂直上拋，B 被垂直下拋，則在  $t$  時間後 ( $t$  小於 B 著地所需時間)，A、B 兩質點間的距離為\_\_\_\_\_。 [79.日大]

25. 物體作直線運動，先以 4 公尺 / 秒<sup>2</sup> 的等加速度從靜止開始運動，接著以 -2 公尺 / 秒<sup>2</sup> 的等加速度運動直到停止。若運動的總距離為 150 公尺，則此物體運動所需時間為 (A) 5 秒 (B) 10 秒 (C) 15 秒 (D) 20 秒 (E) 25 秒。 [83.日大]

26. 一棒球發球機以每秒 19.6 公尺的初速把一棒球垂直向上發射。當球達到最高點時，發球機以同樣的初速往上發射第二個球。(重力加速度  $g = 9.8$  公尺 / 秒<sup>2</sup>) (a) 第一球發射後，最高點離發球機多高？ (b) 到達最高點需多少時間？ (c) 如兩球在空中相撞，第二個球由發射到相撞需多少時間？ (d) 此時兩球離發球機多高？ [82.日大]

27. 一升降機正以  $3g$  之加速度垂直上升(設重力加速度  $g$  為常數)。其天花板上懸吊一物，該物離升降機地板之高度為  $h$ 。若該物突然掉落，則歷時\_\_\_\_\_秒會碰到地板。 [84.日大]

28. 二條平直且互相平行的鐵路上，各有一列火車：甲火車長 300 公尺，以等速 40 公尺 / 秒前進；乙火車長 100 公尺，當甲火車尾端通過乙火車頭時乙火車由靜止開始啓動，且以 2 公尺 / 秒<sup>2</sup> 之加速度增至最大速度 60 公尺 / 秒後維持等速前進。總共經過\_\_\_\_\_秒後乙火車尾端超過甲火車頭。 [84.日大]

29. 物體以速度  $v$  被垂直上拋；設重力加速度為  $g$ ，則自拋出上升到其最大高度的一半處，所需時間為 (A)  $\frac{v}{2g}$  (B)  $\frac{v}{g}(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$  (C)  $\frac{v}{g}(1 - \frac{\sqrt{3}}{3})$  (D)  $\frac{v}{g} \frac{\sqrt{3}}{3}$  (E)  $\frac{v}{g} \frac{\sqrt{2}}{2}$ 。 [87.日大]

30. 小明想利用自由落體運動公式  $v = gt$ ，測量一靜止物體由同一高度下墜抵地時的速率  $v$ 。他先由實地測量，得到重力加速度  $g$  為  $9.8 \text{ m/s}^2$ ，接著對物體下墜抵地所需之時間  $t$ ，作了 8 次測量，得到下表之結果：

測量次序 n	1	2	3	4	5	6	7	8
抵地時間 t(s)	1.28	1.27	1.28	1.28	1.28	1.27	1.28	1.27

下列以有效數字表示之抵地時間  $t$  的平均值與抵地速率  $v$ ，何者最能適當地表示此實驗測量之結果？

選項	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
t 的平均值(s)	1.27625	1.276	1.28	1.28	1.28
速率 v(m/s)	12.50725	12.5	12.50	12.51	13

[91.指定科考]

## 答案

1. 12.3 2. E 3. E 4. D 5. C 6. E 7. 16 8. A 9. ACD 10. A 11. A 12. C 13. E  
14. E 15. B 16. B 17. CE 18. B 19. BCE 20. A 21. B 22. ABE 23. B 24.  $2v_0t$   
25. C 26. (a)19.6公尺；(b)2秒；(c)1秒； (d)14.7公尺 27.  $\sqrt{h/2g}$  28. 65秒 29. B 30.  
B

## 老師的忠言

請你：

課堂中專心聽講，下課仍有疑問，需向老師請教，不可敷衍自己。

學習任何事情，都會有不耐煩的心裡，現在必須有「耐煩」的心。

心得筆記

