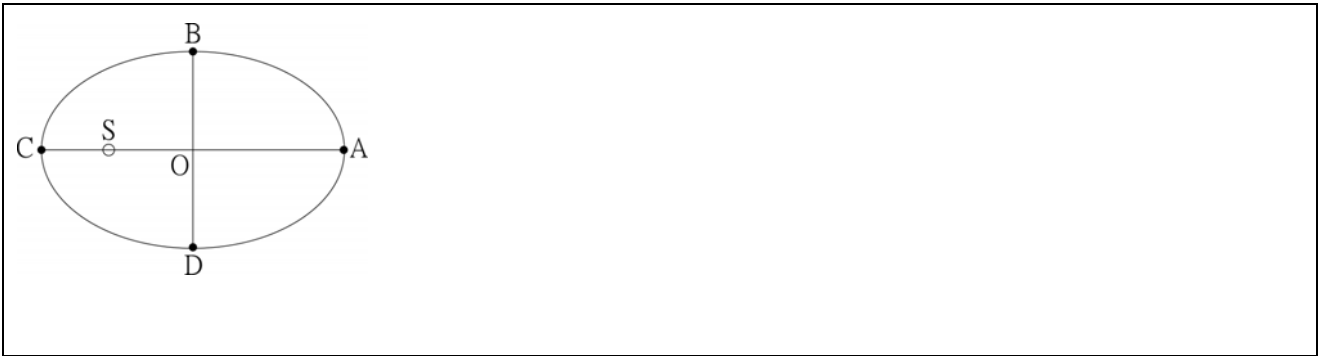
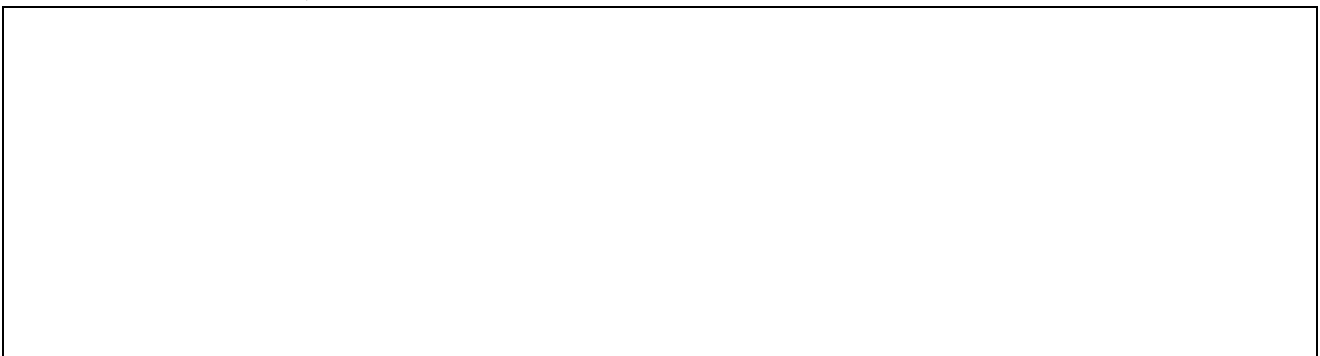


1. 行星繞太陽公轉的橢圓軌道如附圖所示，近日點 C 距太陽為 r ，遠日點 A 距太陽 $3r$ ，若在 A 點的公轉速率為 v ，向心加速度為 a ，則下列何者正確？ (A) 在 C 點的速率為 $3v$ (B) 在 B 點的速率為 $\sqrt{3}v$ (C) 在 C 點的向心加速度大小為 $9a$ (D) 在 B 點的向心加速度大小為 $\frac{9}{4}a$ (E) 在 D 點的面積速率為 $\frac{3}{2}rv$



2. 宇宙雙星以兩者連線上的某點為圓心作等速率圓週運動，不因萬有引力的作用而吸引在一起，它們作等速圓周運動時： (A) 角速度之比與其質量成反比 (B) 線速度之比與質量成反比 (C) 向心力之比與其質量成反比 (D) 運動半徑之比與其質量成反比 (E) 兩者之週期比與其質量成反比



3. 一質量為 m 之行星，繞質量為 M 之太陽作半徑為 r 的圓軌道運行，則其繞日之面積掃掠速率為_____。

1.答案： ABCE

解析： (A) $r_{近} v_{近} = r_{遠} v_{遠} \quad \therefore r \cdot v_{近} = 3r \cdot v \quad \Rightarrow v_{近} = 3v$

(B) 半長軸 = $\overline{SB} \quad \frac{r+3r}{2} = \overline{SB}$

$\therefore \overline{SB} = 2r$ 且 $\overline{SO} = r \quad$ 故 $\frac{1}{2} r_B v_B \sin \theta = \frac{1}{2} r_{遠} v_{遠}$

$2r \cdot v_B \cdot \sin 120^\circ = 3r \cdot v \quad \sqrt{3} v_B = 3v \Rightarrow v_B = \sqrt{3} v$

(C) 萬有引力 = 向心力

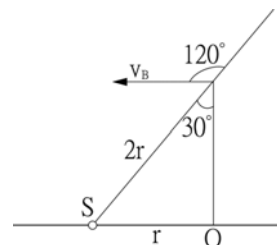
$$\frac{GMm}{r^2} = m \cdot a_c \Rightarrow a_c = \frac{GM}{r^2} \times \frac{GMm}{(3r)^2} = m \cdot a_A$$

$$\frac{GM}{r^2} = 9a \Rightarrow a_c = 9a$$

(D) 萬有引力在法線上的分力 = 向心力

$$\frac{GMm}{(2r)^2} \cos 30^\circ = m \cdot a_B \quad a_B = \frac{9\sqrt{3}}{8} a$$

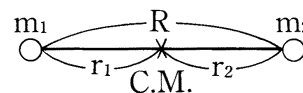
(E) $\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1}{2} r v \sin \theta = \frac{1}{2} r_{近} v_{近} = \frac{1}{2} \cdot r \cdot 3v = \frac{3}{2} r v$



2.答案： BD

解析： 兩者繞質心作圓周運動

$$\begin{cases} r_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} R \quad \text{又萬有引力} = \text{向心力} \\ r_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} R \quad \frac{Gm_1 m_2}{R^2} = m_1 \frac{v_1^2}{r_1} = m_2 \frac{v_2^2}{r_2} \end{cases} = m_1 \frac{4\pi^2 r_1}{T_1^2} = m_2 \frac{4\pi^2 r_2}{T_2^2}$$



$$\begin{cases} v_1 = m_2 \sqrt{\frac{G}{d(m_1 + m_2)}} = r_1 \omega_1 \\ v_2 = m_1 \sqrt{\frac{G}{d(m_1 + m_2)}} = r_2 \omega_2 \end{cases} \quad \therefore \omega_1 = \omega_2 \Rightarrow T_1 = T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G(m_1 + m_2)}}$$

3.答案： $\frac{1}{2} \sqrt{GM r}$

解析： $\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{\pi r^2}{T}$ 又 $\frac{GMm}{r^2} = m \times \frac{4\pi^2 r}{T^2}$

$$\therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}} \quad \text{故} \quad \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{\pi r^2}{2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}} = \frac{r^2}{2} \times \sqrt{\frac{GM}{r^3}} = \frac{1}{2} \sqrt{GM r}$$

