

1. 若天體內萬有引力與兩天體距離的五次方成反比，則克卜勒第三定律的形式應為：

(A)  $\frac{R}{T^2} = K$  (B)  $\frac{R}{T} = K$  (C)  $\frac{R^2}{T} = K$  (D)  $\frac{R^3}{T} = K$  (E)  $\frac{R^3}{T^2} = K$

2. 自轉週期為  $T$ ，半徑為  $R$  的行星，若其同步衛星高度為  $R$ ，則此行星的質量為：

(A)  $\frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}$  (B)  $\frac{8\pi^2 R^3}{GT^2}$  (C)  $\frac{16\pi^2 R^3}{GT^2}$  (D)  $\frac{32\pi^2 R^3}{GT^2}$  (E)  $\frac{108\pi^2 R^3}{GT^2}$

3. 衛星繞行星表面運轉，週期為  $T$ ，速率為  $v$ ，則：

(A) 衛星質量不可得知 (B) 行星質量為  $\frac{Tv^3}{2\pi G}$  (C) 行星表面重力場強度為  $\frac{2\pi v}{T}$  (D) 行星  
半徑為  $\frac{Tv}{2\pi}$  (E) 行星平均密度為  $\frac{3\pi}{GT^2}$

1. (D)

【詳解】

$$\frac{GMm}{R^5} = \frac{4\pi^2 mR}{T^2} \Rightarrow \frac{R^6}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \Rightarrow \frac{R^3}{T} = K$$

2. (D)

【詳解】

$$\frac{GMm}{(R+R)^2} = \frac{4\pi^2 m \cdot (2R)}{T^2}$$

$$\Rightarrow M = \frac{32\pi^2 R^3}{GT^2}$$

3. (A)(B)(C)(D)(E)

【詳解】

$$(B) \frac{GMm}{R^2} = \frac{4\pi^2 mR}{T^2} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2} = \left(\frac{2\pi R}{T}\right)^3 \cdot \frac{T}{2\pi G} = \frac{Tv^3}{2\pi G}$$

$$(C) g = \frac{GM}{R^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{2\pi R}{T} \times \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi v}{T}$$

$$(D) \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R^2 = \frac{T^2 v^2}{4\pi^2} \Rightarrow R = \frac{Tv}{2\pi}$$

$$(E) \rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{\frac{Tv^3}{2\pi G}}{\frac{4}{3}\pi \left(\frac{Tv}{2\pi}\right)^3} = \frac{3\pi}{GT^2}$$