

# 物理數學

## 近似法 Approximations

1

## 帕斯卡三角形

展開式	係數
$(a+b)^0 = 1$	1
$(a+b)^1 = a+b$	1 1
$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$	1 2 1
$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	1 3 3 1
$(a+b)^4 = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$	1 4 6 4 1

2

## 二項式定理-排列組合

- 組合排列
- 在n個不同的事件中，每次選取r個為一組，進行不許重複的排列的數目


$$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

- 範例：凸七邊形的對角線共有幾條？

3

## 二項式定理

- 二項式展開



高斯GARL.F.GAUSS  
十一歲發現二項式定理

已知 n 為一正整數，則

$$(a+b)^n = C_0^n a^n + C_1^n a^{n-1}b + C_2^n a^{n-2}b^2 + \dots + C_r^n a^{n-r}b^r + \dots + C_n^n b^n$$

- 完全展開後

$$(a+b)^n = a^n + n \cdot a^{n-1} \cdot b + \frac{n(n-1)}{1 \times 2} \cdot a^{n-2} \cdot b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \times 2 \times 3} \cdot a^{n-3} \cdot b^3 + \dots$$

4

## 二項式定理-代數型態

- a=1 和 b=x 代入

$$(1+x)^n = 1^n + n \cdot x + \frac{n(n-1)}{2} \cdot x^2 + \dots$$

- a=1 和 b=-x 代入

$$(1-x)^n = 1^n - n \cdot x + \frac{n(n-1)}{2} \cdot x^2 + \dots$$

5

## 二項式定理-代數型態

- 當  $x \ll 1$

$$(1+x)^n = 1^n + n \cdot x + \frac{n(n-1)}{2} \cdot x^2 + \dots \approx 1 + nx$$

$$(1-x)^n = 1^n - n \cdot x + \frac{n(n-1)}{2} \cdot x^2 + \dots \approx 1 - nx$$

$n \in \mathbb{R}$

6

## 二項式定理-在物理的應用

- 計算萬有引力型態的SHM運動
- 均勻的細圓環半徑為 $R$ ，質量為 $M$ ，在中心軸上距環中心 $d$ 處有一質點 $m$ ，則：
  - (1)  $m$ 受的引力 $F$ 的大小為何？
  - (2) 當 $m$ 落下經環心 $O$ 瞬間受力 $F$ 的大小為何？
  - (3) 若 $R \gg d$ ，則 $m$ 會做何種運動？
- 計算「熱膨脹」的膨脹量

