班級：______ 座號：______ 姓名：______________

Chapter 2 平面運動

❑導讀

現在要把一維的系統擴展到二維的系統（直線→平面），必須要使用到向量，所以首先要討論純量與向量的意義，所謂的向量是有大小又有方向的量，目前所學的向量有：位移、速度、加速度、力，純量有：路徑長、速率、時間，純量與向量的最大不同處在於向量的加減乘除有特定的方法，不能直接運算，所以我們要先介紹一些向量的基本規則。

❑重點整理

Chapter 2 平面運動

2-1 向量與純量

❑向量(Vector)：具有大小及方向的量

Ex.__位移__、__速度__、__加速度__、__力__

❑純量：具有大小但無方向的量

Ex. __長度__、__體積__、__質量__、__時間__等

❑向量表示法

1. 基本概念

   A. 單位向量：大小爲 1 單位的向量，通常以$\hat{u}=\dfrac{\vec{u}}{|\vec{u}|}$

   B. 零向量：大小爲零，而方向不定

2. 符號表示：在字母上頭加一箭號來表向量，如$\vec{a}$

3. 圖形表示：

   A. 以帶有箭頭的線段來表示向量

   B. 線段的長度表向量的__大小__，箭頭的方向表向量的__方向__。

   C. 一帶有箭頭的線段不管平移至何處，代表同一向量。

4. 座標表示法：

   A.直角座標表示法：以向量在直角座標中的兩個分量來表示向量

   $$\vec{A}=(A_x,A_y)\quad or\quad \vec{A}=A_x\cdot\hat{i}+A_y\cdot\hat{j}$$

   B.極座標表示法：以向量的大小 A 及向量與正 x 軸方向的夾角θ來表示向量

   $$\vec{A}=(A,\theta)$$

   C.座標轉換

   $$\begin{aligned}A_x&=A\cdot\cos\theta\\A_y&=A\cdot\sin\theta\end{aligned}\Rightarrow A^2=A_x^{\ 2}+A_y^{\ 2}$$

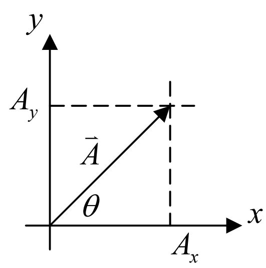


圖 1 向量表示法

❑向量加法：$\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$　θ表示$\vec{A}\ \vec{B}$的夾角

1. 使用三角形法或平行四邊形法

   A.大小：$C^2=A^2+B^2+2A\cdot B\cdot\cos\theta$

   B.方向：$\phi=\tan^{-1}\dfrac{b\sin\theta}{a+b\cos\theta}$ 或 $\dfrac{A}{\sin\theta_A}=\dfrac{B}{\sin\theta_B}=\dfrac{C}{\sin\phi}$

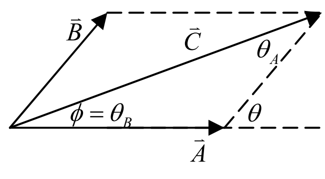


圖 2 向量的加法

2. 以直接運用單位向量的計算式來運算，例：

$$\begin{aligned}\vec{A}&=x_1\cdot\hat{i}+y_1\cdot\hat{j}\\\vec{B}&=x_2\cdot\hat{i}+y_2\cdot\hat{j}\end{aligned}\quad\Rightarrow\quad\vec{A}+\vec{B}=\left(x_1+x_2\right)\vec{i}+\left(y_1+y_2\right)\vec{j}$$

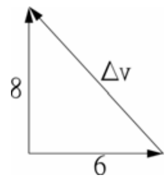
❑向量的分解(減法)

運用$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+\left(-\vec{B}\right)$，而負向量只是把原向量方向反過來而已

範例演練

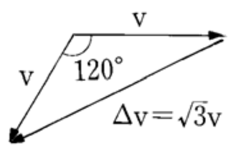
例題1：向量減法

物體在水面上運動，在 5 秒內速度由 6 m/s 向東，變成 8 m/s 向北，則物體的平均加速度大小為多少？ (A) 10 m/s^2 (B) 8 m/s^2 (C) 4 m/s^2 (D) 2 m/s^2。



解：D

類題：某物體初速為 v，於 t 時間內運動方向偏轉120°，則此時間內其平均加速度為何？ (A) $\frac{v}{t}$ (B) $\frac{\sqrt{2}v}{2t}$ (C) $\frac{\sqrt{3}v}{t}$ (D) $\frac{2v}{t}$ (E) $\frac{\sqrt{3}v}{2t}$ 。



例題2：向量分解

課堂上，請 *A*、*B*、*C* 三位同學將 10kgw 的力分解成兩個分力。*A* 分得的兩分力大小為 6kgw、8kgw，*B* 分得的兩分力大小為 5kgw、7kgw，*C* 分得的兩分力大小為 7kgw、11kgw，若三人所分解的兩力之夾角依序為 θ_A、θ_B、θ_C。則其大小為 (A)$\theta_A > \theta_B > \theta_C$ (B)$\theta_C > \theta_A > \theta_B$ (C)$\theta_B > \theta_A > \theta_C$ (D)$\theta_A = \theta_B = \theta_C$ (E)$\theta_B > \theta_C > \theta_A$。

解：

類題：兩共點作用力大小各為 5 單位、12 單位，則合力可能為 (A)3 (B)7 (C)13 (D)15 (E)18 單位。

答：BCD

例題3：相對速度

小明靜止時，發現雨垂直落下，接著小明以 3m/s 的速度向前衝，發現雨以 30°的仰角迎面而下，求雨落下來的速度 (A)3 (B)$3\sqrt{3}$ (C)$\sqrt{3}$ (D)$\frac{3}{2}$ (E)$3\frac{\sqrt{3}}{2}$ 米／秒。

解：

類題：某人向北方以速度 *v* 前進，覺得風自東方以速度 *v* 吹來，則對靜止的人而言，風的方向是 (A)向東 (B)向東北 (C)向東南 (D)向西南 (E)向西北。 答：E

2-2 平面運動的位移、速度、加速度

❑位置向量(position vector)

1. 物理意義：用來描述物體在平面位置的向量。
2. 數學定義：由原點畫出一箭頭至被描述點的有向線段

   A. 由原點指向 A1 點的位置向量： $\vec{r}_1 = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j}$

   B. 由原點指向 A2 點的位置向量： $\vec{r}_2 = x_2 \cdot \vec{i} + y_2 \cdot \vec{j}$

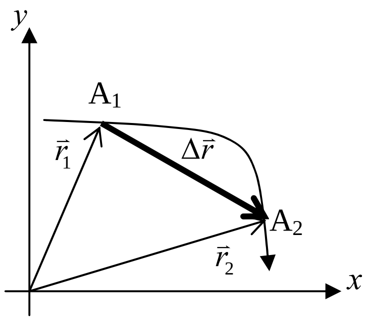


圖 3 位置向量與位移向量

❑位移向量(Displacement Vector)

1. 物體位置改變的向量即爲位置向量，如圖 3 的 $\Delta\vec{r}$

   A. 物體由 A_1 移動到 A_2：

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 \cdot \vec{i} + y_2 . \vec{j}) - (x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j}) = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} = \Delta x \cdot \vec{i} + \Delta y \cdot \vec{j}$$

   B. 大小：$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$

❑速度(向量)

1. 用來描述一個物體運動的快慢及移動方向。

物體在 t_1 時，位置向量爲 $\vec{r}_1 = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j}$ 。在 t_2 時間，位置向量爲 $\vec{r}_2 = x_2 \cdot \vec{i} + y_2 \cdot \vec{j}$

   A. 平均速度：平均每單位時間之位移。

$$\overrightarrow{v_{av}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

➔所以 $\overrightarrow{v_{av}}$ 和 $\Delta\vec{r}$ 同方向

$$\overrightarrow{v_{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \cdot \hat{j} = \bar{v}_x \cdot \hat{i} + \bar{v}_y \cdot \hat{j}$$

➔v_x 與 v_y 兩者互相獨立

   B. 瞬時速度：極短時間內的位移。

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} [\frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \cdot \hat{j}] = v_x \cdot \hat{i} + v_y \cdot \hat{j}$$

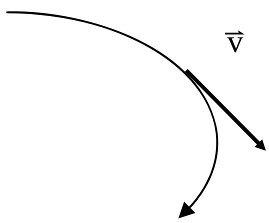


圖 4 瞬時速度

❑平均加速度(向量)：

單位時間的速度變化。

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} \text{ ，} |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

❑瞬時加速度(向量)：

極短時間的平均加速度

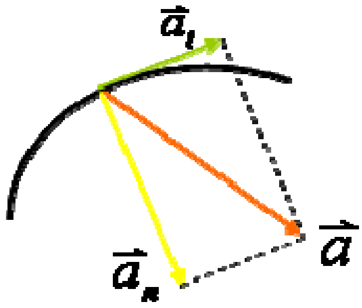
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{i} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{j} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$$

❑切線加速度與法線加速度

在同一平面運動的物體，可以將路徑一點的加速度分解成軌跡的切線方向和法線方向

A. 切線加速度 $\vec{a}_t$ ：改變速度大小，不改變速度方向

B. 法線加速度 $\vec{a}_N$ ：改變速度方向，不改變速度大小



範例演練

例題4：平均速度與平均速率的差異

一時鐘的秒針長 10cm，當其從 0 秒位置移動至 15 秒位置的時間間隔內，秒針尖端的平均速率與平均速率與平均速度大小之比值為______。

解：

類題：一物體在 5 秒內由初位置(x，y) = (3，2)，運動至末位置(x' ， y') = (–1，5)，採 M.K.S. 制，則物體在該時距內平均速度量值為______ m/s 。

例題5：向量計算

某質點在平面上運動，其位置與時間的函數爲$\vec{r}=4t\cdot\vec{i}+(3t^2+8)\cdot\vec{j}$（M.K.S.制），則下列何者正確？ (A)初位置離參考點8公尺 (B)1秒末的位移大小爲5公尺 (C)2秒末的平均速度爲$4\vec{i}+6\vec{j}$（公尺/秒） (D)承(C)，瞬時速度爲$4\vec{i}+12\vec{j}$（公尺/秒） (E)承(C)，瞬時加速度大小爲6公尺/秒。

解：

類題：在 x-y 平面上運動的質點，其 x 方向與 y 方向位置對時間的關係分別是 $x=3t^2+5$，$y=-4t^2+3$，單位爲 M.K.S 制，則此質點的加速度大小爲： (A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 5 (E) 10 m/s^2

課後練習題

1.有甲、乙兩個質點，其速度分別爲(－1 , 3)公尺／秒與(1 , 2)公尺／秒，則兩質點之速度夾角爲何？

2.某質點的位置與時間的關係爲$\vec{r}=3t\vec{i}+(t^3-2t^2)\vec{j}$ (m)，則 (A)質點於第 2 秒的速度爲 $3\vec{i}+4\vec{j}$ (m/s) (B)質點於第 2 秒的加速度爲 $8\vec{i}$ (m/s^2) (C)質點於第 2 秒的位置爲 $6\vec{i}$ (m) (D)質點於 0～2 秒的位移爲 $\vec{i}$ (m) (E)質點的軌跡方程式爲 $y=\frac{1}{27}x^2-\frac{2}{9}x^3$

3.某質點在平面上運動位置向量$\vec{r}(t)=(3t-4t^2)\vec{i}+(-6t^2+3t^3)\vec{j}$；(r：米，t：秒)
求：(1)t＝3 秒時之速度 (2)0～3 秒平均加速度

4.一物體在水平面上作等速率圓周運動，其軌道半徑爲$\frac{5}{\pi}$米，週期爲20秒。求此物體：
(1)5秒內位移的大小 (2)5秒內平均加速度的大小

5.某質點在平面上運動，前 10 秒以 20.0m/s 等速度向北，後 15 秒以 10.0m/s 等速度向東，然後停止運動。求全程之(1)路徑長(2)位移(3)平均速度(4)平均速率

答案
1. 45° 2.(A)(B)(C)(D) 3.(1)$-21\vec{i}+45\vec{j}$ m/s (2)$-8\vec{i}+15\vec{j}$ m/s^2 4.(1)$\frac{5\sqrt{2}}{\pi}$米 (2)$\frac{\sqrt{2}}{10}$米/秒^2 5.(1)350m (2)250m，北偏東37° (3)10m/s， 北偏東37° (4)14m/s

2-3 拋體運動

❑運動的獨立性：

兩正交方向的物理量彼此互不影響➔Ex.重力（鉛直方向）不影響水平方向的速度

❑水平拋射運動：高度 H，以水平初速 V_0 拋出

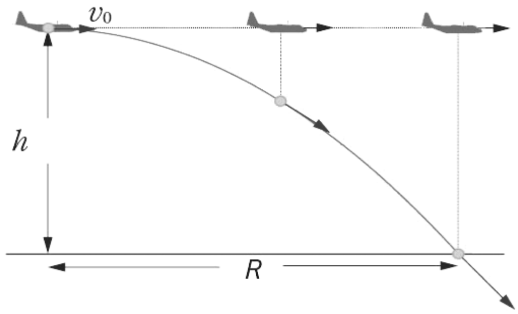


圖 5 水平拋射運動

1. 拋體運動主要觀念是在<u>　運動的獨立性　</u>

2. 設落地時間為 t

A. 鉛直方向：做自由落體運動（受重力作用）

$$H=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t=\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

結論：落地時間 t 由<u>　高度 H　</u>決定

B. 水平方向：等速度運動（重力無法影響➔不受力）

$$R=V_0 \bullet t$$

C. 運動軌跡：

$$\begin{cases} a_x=0 \\ a_y=-g \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_x=v_0 \\ v_y=-gt \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=v_0t \\ y=-\dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Rightarrow y=(-\frac{g}{2{v_0}^2})x^2$$

範例演練

例題6：基本題

海岸防衛部隊自陣地以 39.2m/s 的水平速度發射一砲彈，恰可在第10秒時擊中海面目標，則：(1)第3秒時砲彈的法線及切線加速度值各為若干？ (2)陣地離海面多高？(3)目標離陣地多遠？ (4)擊中目標時砲彈速度值為何？($g=9.8\ m/s^2$

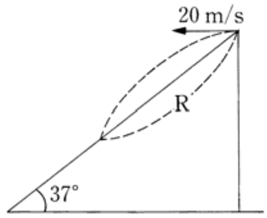
類題：某質點自高處水平拋出，第 2 秒末切線與法線方向加速度值相同，而於第 3 秒末著地，求：（$g = 10\ m / s^2$）(1)拋射點高度？(2)著地時之水平射程？ 答：(1) 45 m (2) 60 m

例題7：階梯問題

球自樓梯頂端滾出，水平速度為 2 公尺/秒，樓梯的高與寬均為 0.3 公尺，則球先擊中樓梯踏板(擊中頂端)的第______級。（$g = 10\ m / s^2$）

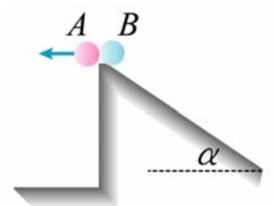
解題概念：

類題：如附圖仰角37°的斜坡頂端，以 20m/s 水平拋出一物，則斜坡上的射程 R=______m。 解：75



課後練習題

1. 以V_o平拋，著地時速度與水平夾角θ，求原高度與飛行時間？(重力加速度為g)
2. 一物自h高之塔頂水平拋射，著地時速度與水平夾角45°，求此時水平位移？
3. 以初速V_o水平拋射一物，當前進水平距離＝鉛直距離時，其水平速度大小為鉛直速度大小的幾倍？
4. 一水平拋射之物自原點出發，當其運動方向與水平夾角30°時，其所在橫坐標與縱坐標大小比值為若干？
5. 自高處以初速V_o水平拋出一物，2秒後切線加速度大小等於法線加速度大小，求此時速度大小？
6. 有一石階每階高20公分，寬30公分，自石階頂端將一石以5m/s之初速水平拋出，若g＝10m/s^2，則(1)此石將落於第幾階？(2)此石碰到石階需幾秒？
7. 將小球由離地高度80(m)以速度20(m/s)水平拋出，則(g＝10m/s^2) (A)小球著地的時間為4(s) (B)小球著地時的速率為20(m/s) (C)小球的水平位移為80(m) (D)第2秒時，小球之速度與水平線的夾角為45° (E)小球於第2秒時的速率為$20\sqrt{2}$ (m/s)。
8. 一質點由某高處以速度 20 公尺／秒水平拋出。今以出發時刻為零，且重力加速度 g＝10 公尺／秒^2，則每經過 1 秒 (A)速度的水平分量增加量為 20 公尺／秒 (B)加速度的水平分量恆為零 (C)水平位移增加 20 公尺 (D)速度的鉛直分量增加 10 公尺／秒 (E)加速度的鉛直分量恆為零。
9. 有A、B兩球同時由相同的高度開始運動，已知A球沿著水平方向拋出，而B球由靜止開始下滑。若不計所有阻力，則當A的初速增加時 (A)會使A、B到達地面的時間差增加 (B)會使A、B到達地面的速率比值增加 (C)會使A、B落地速度的鉛直分量比值增加 (D)會使A、B在地面上落點間的距離增大 (E)A的落地速度與地面的夾角增大。



答案
1. $\frac{v_0^2\tan^2\theta}{2g}$, $\frac{v_o\tan\theta}{g}$ 　2. 2h　3. $\frac{1}{2}$　4. $2\sqrt{3}$　5. $\sqrt{2}$ V_o
6.(1)12階 (2)$\frac{2\sqrt{3}}{5}$秒　7.(A)(C)(D)E)　8.(B)(C)(D)　9.(B)(D)

Chapter 2 平面運動

❑**斜向拋射運動**：初速 v_0，以仰角θ 拋出

1. 鉛直方向：受重力作用->以 $v_{0y}=v_0\sin\theta$ 爲初速度，做鉛直上拋運動

   到達最高度 H(鉛直速度爲零)需時 t

   可得 $t=\dfrac{v_0\sin\theta}{g}$

   可得 $H=\dfrac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$

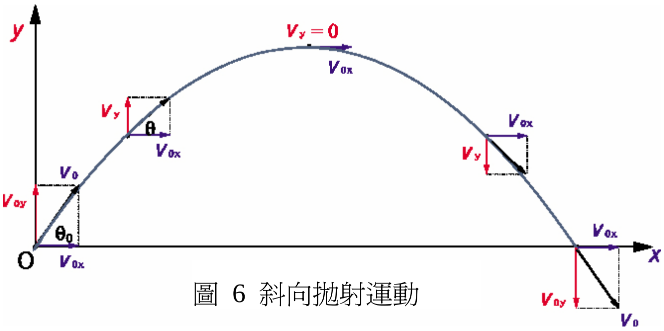


圖 6 斜向拋射運動

2. 水平方向：不受重力影響，以 $v_{0x}=v_0\cos\theta$ 水平等速飛行

$$R=v_0\cos\theta\times\frac{2v_0\sin\theta}{g}=\frac{v_0{}^2\sin 2\theta}{g}$$

3. 運動軌跡

$$\begin{cases}a_x=0\\a_y=-g\end{cases}\rightarrow\begin{cases}v_x=v_0\cos\theta\\v_y=v_0\sin\theta-gt\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x=v_0\cos\theta\bullet t\\y=v_0\sin\theta\bullet t-\frac{1}{2}gt^2\end{cases}\Rightarrow y=\tan\theta\cdot x-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2$$

範例演練

例題8：基礎題

以100m/s之初速，仰角37°斜向拋射一物體，$g=10m/s^2$，求物體：(1)4秒末速度　(2)4秒末位移　(3)可達最大高度　(4)飛行時間　(5)水平射程　(6)最高點切線加速度與法線加速度

類題：一物體在平坦地面上以 15m/s 初速，37° 仰角拋出，則其水平射程為______。

例題9：斜拋運動的軌跡方程式

某質點斜向拋射以拋出點為原點之軌跡方程式為 $64y=48x-5x^2$，求：(1)初速仰角　(2)初速大小　($g=10m/s^2$)

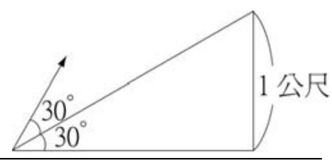
類題：斜向拋射運動，以拋出點為原點之軌跡方程式為 $x^2-15x+20y=0$，求：　(1)最高點速率　(2)可上升最大高度　(重力加速度$g=10m/s^2$)　答(1)10 m/s　(2)$\frac{45}{16}$ m

例題10：斜向拋射

物體在水平地面上作斜向拋射，仰角 60°，初速 12m/s，當物體的運動方向與水平夾 30°時，瞬間速度的大小為______m/s。

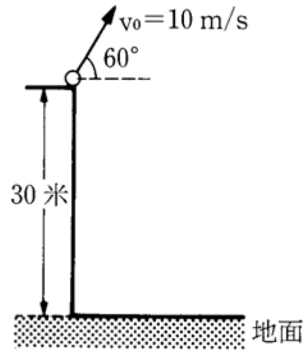
解：

類題：如附圖所示，球於斜角 30°之坡底，以與水平成 60°仰角拋出，若球恰可掠過坡頂，則球的初速為______。($g=10\ m/s^2$)



例題11：綜合題

某物從 30 公尺高的樓頂上，以速度 10 ㎧ 及仰角 60° 斜拋而出，如右圖，則：(A)從拋出至落地，費時約 3.5 秒 (B)物體的水平射程約 18 公尺 (C)物體落地時的鉛直速度量值約 26 ㎧ (D)物體落地時的水平速度量值為 5 ㎧ (E)物體離地的最大高度約 34 公尺。



解：全

類題：在高 40 m 處以 20 m / sec 斜角 30° 拋出一石，g = 10 m / sec ^{2}，則：(1)幾秒著地？ (2)2 秒末之高度與速度？ (3)3 秒末之高度與速度大小？ (4)著地之速度？

課後練習題

1. 兩次斜拋，最大高度相同，初速不相同且仰角分別為30°及45°，求其水平射程的比?
2. 斜向拋射，若最大高度為水平射程之半，求拋射仰角。
3. 一球由高度 h 的塔頂上，向上斜向拋出時，已知其軌跡方程式為 $y=ax^2+bx+h$，其中 $a<0$、$b>0$，則該球拋出時仰角的正切值為何？其離地最大高度為何？
4. 一球自斜角53°斜面上拋出，球的初速10公尺／秒，方向與斜面垂直，若重力加速度為10米／秒^2，則小球在空中的飛行時間為何？，小球落點與出發點的距離為多少？
5. 由地面斜拋一物，落地時水平射程 R，軌跡最大高度 h，則軌跡中高 $\frac{h}{2}$ 二點A，B兩點的距離為何？
6. 一質點以仰角 30°、初速 50(m/s)射出後，已知質點於某時刻通過前方某距離處一座高度 20(m)的塔頂尖端，則($g=10$m/s^2) (A)質點通過塔頂的時刻為 1(s) (B)塔頂與發射點間的水平距離為 $25\sqrt{3}$ (m) (C)質點最大飛行高度為 31.25(m) (D)全程的飛行時間為 5(s) (E)質點的水平射程為 $125\sqrt{3}$ (m)。
7. 一質點由地面斜向拋出，其軌跡方程式為 $y=-x^2+x$，則(g＝10m/s^2) (A)拋射仰角為30° (B)最高點與出發點的水平距離為0.5(m) (C)最大高度為0.25(m) (D)全程飛行時間為 $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (s) (E)初速之量值為 $\sqrt{10}$ (m/s)。

答案
答：1. $\sqrt{3}$ ：1　2. $\tan^{-1}2$　3. b，$h-\frac{b^2}{4a}$　4. $\frac{10}{3}, \frac{400}{9}$　5. $\frac{R}{\sqrt{2}}$
6.(A)(B)(C)(D)(E)　7.(B)(C)(D)(E)

2-4 圓週運動

❑轉動：剛體繞一定軸旋轉的運動

1. 角位移(angular displacement)：單位時間的角度變化

   $\Delta\theta=\theta_2-\theta_1$

   A. 逆時針旋轉： $\Delta\theta>0$

   B. 順時針旋轉： $\Delta\theta<0$

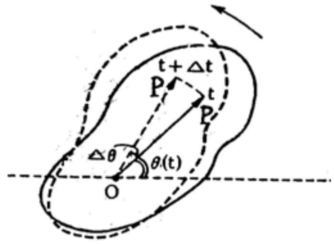


圖 7 轉動

2. 角速度(angular velocity)：角位移相對於時間的變率

   $$\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

3. 角加速度(angular)：角速度相對於時間的變率

   $$\alpha=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

❑等速率圓週運動(Uniform Circular Motion)

1. 剛體繞固定轉軸進行等速轉動➔角速度爲定值
2. 切線速度 $v=\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}=\omega r=\dfrac{2\pi}{T}\omega$
3. 向心加速度： $a_c=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\omega^2 r=\dfrac{v^2}{r}=\dfrac{4\pi^2 r}{T^2}$ (指向圓心)
4. 旋轉週期： $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$
5. 證明：

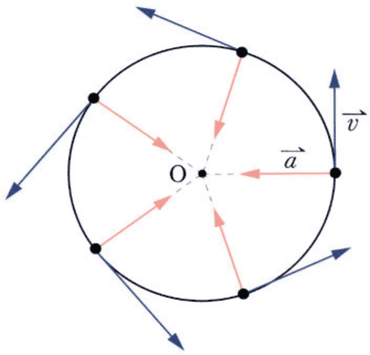


圖 8 等速率圓週運動

範例演練

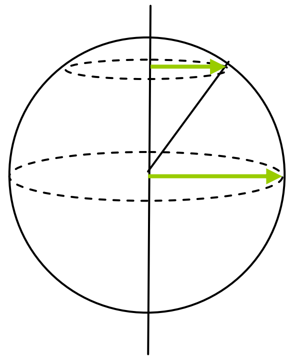
例題12：

一機械式時鐘的秒針長 10cm，試求秒針尖端的角速度與瞬時加速度的大小。

類題：地球以地軸爲中心自轉，請問他的角速度是多少 rad/s

例題13：

地球因自轉所產生的加速度大小，赤道上爲北緯 60^o 處的幾倍？



課後練習題

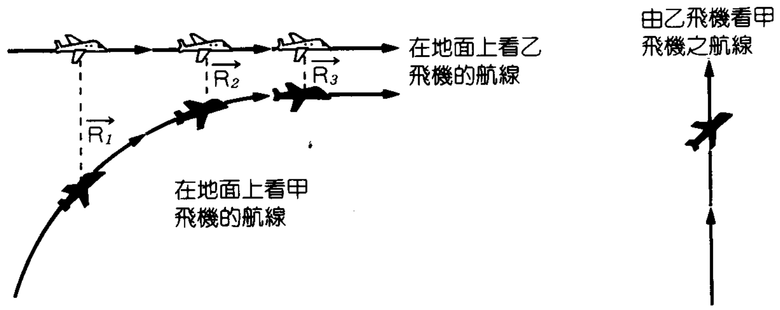
1. 一物作半徑 2.00m 之等速率圓運動，在 10 秒內它共轉 4 圈，則(1)頻率爲若干 r.p.s？(2)週期爲何？(3)角速度爲何？(4)切線速度值爲何？(5)向心加速度值爲何？
2. 某時鐘的秒針長 10 公分，作等速率轉動，求：(1)0～15 秒針尖的位移、平均速度、平均速率、平均加速度各爲何？(2)第 30 秒時針尖的速度、速率、加速度各爲何？
3. 質點以等速率V在半徑爲r的圓周上運動，求： (1)切線加速度值 (2)法線加速度值 (3)經1/4圓周的平均速率 (4)經1/4圓周的平均加速度大小
4. 下列敘述何者正確？ (A)曲線運動一定有切線加速度 (B)曲線運動一定有法線加速度 (C)曲線運動一定有切線加速度和法線加速度 (D)圓周運動可以有切線加速度 (E)圓周運動必爲等速率運動。

答案
1.(1)0.4r.p.s (2)2.5s (3)0.8π rad/s (4)1.6π m/s (5)1.28π^2m/s^2
2. (1)$10\sqrt{2}$ cm；$\frac{2\sqrt{2}}{3}$ cm/s；$\frac{\pi}{3}$ cm/s；$\frac{\sqrt{2}\pi}{45}$ cm/s^2 (2)$\frac{\pi}{3}$ cm/s；$\frac{\pi}{3}$ cm/s；$\frac{\pi^2}{90}$ cm/s^2
3.(1)0 (2)$\frac{V^2}{r}$ (3)V (4)$\frac{2\sqrt{2}V^2}{\pi r}$ 4.(B)(D)

2-5 相對運動

❑參考座標

1. 以<u>　觀察者之位置　</u>爲原點的所建立的座標，稱爲　**參考座標**
2. 對同一運動而言，其運動狀態隨各觀察者所選取的參考座標不同而不同



3. 參考座標之選定原則
   A. 運動情形的簡單或複雜，端賴<u>　參考座標　</u>之選擇
   B. 在物理上，選擇參考座標以<u>　簡便　</u>爲原則
   C. 習慣上，以<u>　靜止座標　</u>(通常是地面上某固定點)測量運動的狀態

❑相對運動

不同的觀察者，若運動狀態不同，則對同一運動的物體的描述是不一樣的

A、B、C 三人對地速度分別爲 5 、10、15 m/s ➔A 看 C 的速度與 B 看 C 的速度不相同

1. 相對速度(A 相對於 B 的速度)

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$

2. 相對加速度(A 相對於 B 的加速度)

$$\vec{a}_{AB} = \vec{a}_A - \vec{a}_B$$

範例演練

例題14：相對速度

某人向北以速度 v 前進，覺得風自東方以速度 v 吹來，則對靜止的人而言，風的方向是 (A) 向東 (B) 向東北(C) 向東南 (D) 向西南 (E) 向西北 [68.日大]

類題：設風自西南吹向東北，某人乘車以倍風速之速率前進，感覺風係自正北方吹來，則車前進之方向爲何？ (A)正西偏南 30^o (B)正南偏西 30^o (C)正南偏東 30^o (D)正東偏北 30^o (E)正北偏東 30^o。 [

例題15：相對速度

某人乘百貨公司的電扶梯上樓需時 t_1 秒，停電時步行而上需時 t_2 秒，若電梯一面上升人一面向上步行 (速率仍同前)，則需時 t =______。

解：

類題：、B 兩質點在同一直線上相向運動，原相距 10 米，初速各爲＋1 m / s 與－3 m / s，加速度各爲＋1 m / s^2 與＋2 m / s^2，試求：(1)何時兩者最接近？(2)最接近之距離？

例題16：相對加速度

一升降機正以 12m/s 之等速度上升，其天花板上懸吊一小球，離升降機之高度 h=2.45 米，若該球突然掉落，則歷時 t=______秒會碰到地板，若該球與地板碰撞時間爲 0.01 秒，且撞後球即停於升降機地板上，則碰撞時的平均加速度爲______。

解：

類題：從以 a 之加速度上升降機天花板上，輕放一物，若升降機之高爲 h，則此物落至升降機地板需時______。

課後練習題

1. 設電梯恆以等速度 u 垂直上升，其內有乘客將一原靜止於手中距電梯地板 h 的物體釋放，則此物抵達電梯地板所需時間爲何？(重力加速度 g)
2. 兩質點 A、B 由相同的位置先後自由下落，已知質點 A 比質點 B 早 t_o 出發時間。今以質點 A 出發的時刻爲零，且重力加速度爲 g，則在時刻 t 時($t > t_o$)，兩質點間的相對速度量值爲何？當時兩質點間的距離爲何？
3. 一升降梯由地面靜止起動，其加速度爲 a。已知經過時間 t 後，電梯內天花板上有一物體脫落，則該物體相對於地面的初速爲何？令電梯內部的高度爲 h，重力加速度爲 g，則脫落物經過多少時間後，與電梯地板碰撞？
4. 將 p、q 兩球以相同的初速，由地面鉛直向上拋出。已知 p 比 q 早 2(s)拋出，則兩球在空中相遇時的相對速度量值爲＿＿＿＿＿(m/s)，兩球在空中運動時的相對加速度量值爲＿＿＿＿＿m/s^2。(令 $g = 10m/s^2$)

答案
1. $\sqrt{\frac{2h}{g}}$　　2. gt_0，$\frac{g}{2}(2tt_0 - t_0^2)$　　3. at，$\sqrt{\frac{2h}{a+g}}$　　4. 20，0