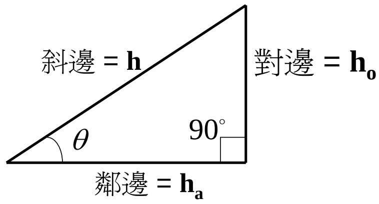
物理數學

三角函數

三角函數 Trigonometry

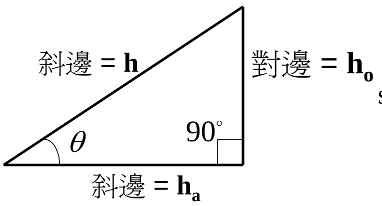
- 銳角三角函數：從角度找邊長的函數關係



$$\sin\theta = \frac{h_o}{h}$$
$$\cos\theta = \frac{h_a}{h}$$
$$\tan\theta = \frac{h_o}{h_a}$$

三角函數 Trigonometry

- 倒數關係



$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$
$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$
$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

三角函數 Trigonometry

- 反三角函數：從邊長找出角度的函數

$$\theta = \sin^{-1}\frac{h_o}{h},\quad \theta = \cos^{-1}\frac{h_a}{h},\quad \theta = \tan^{-1}\frac{h_o}{h_a},$$

  - NOTE: $\sin^{-1}x \neq \frac{1}{\sin x}$, rather $(\sin x)^{-1} = \frac{1}{\sin x}$
- 三角形邊長的著名關係
- 畢達哥拉斯理論Pythagoras' theorem(畢式定理)

$$h^2 = h_o{}^2 + h_a{}^2$$

基本恆等式

- 商數關係

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$$

基本恆等式:

- 平方關係

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

- 證明：

$$h^2 = h_o{}^2 + h_a{}^2 \Rightarrow 1 = \frac{h_o{}^2}{h^2} + \frac{h_a{}^2}{h^2}$$

$$\Rightarrow 1 = \sin^2\theta + \cos^2\theta$$

基本恆等式:

- 平方關係

$$1+\tan^2 A=\sec^2 A$$

- 證明

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$$

$$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}+\frac{\cos^2\theta}{\cos^2\theta}=\frac{1}{\cos^2\theta}$$

基本恆等式:

- 平方關係

$$\begin{cases}(1)\sin^2 A+\cos^2 A=1\\(2)1+\tan^2 A=\sec^2 A\\(3)1+\cot^2 A=\csc^2 A\end{cases}$$

基本恆等式:

- D.餘角關係

$(1)\sin(90^0-A)=\cos A.$

$(2)\cos(90^0-A)=\sin A$

$(3)\tan(90^0-A)=\cot A.$

$(4)\cot(90^0-A)=\tan A$

$(5)\sec(90^0-A)=\csc A.$

$(6)\csc(90^0-A)=\sec A$

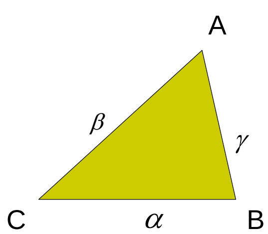
特殊角度的三角函數(物理常用)

θ	0	30	45	90	37	53
sin θ						
cos θ						

特殊角度的三角函數-物理應用

- 常用在計算題，計算分量等
- 以100m/s之初速，仰角37°斜向拋射一物體，g＝10m/s²，求物體：(1)4秒末速度 (2)4秒末位移 (3)可達最大高度 (4)飛行時間 (5)水平射程 (6)最高點切線加速度與法線加速

三角函數-邊角關係



- 正弦定律

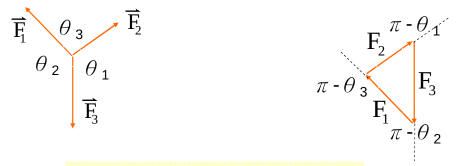
$$\frac{\sin A}{\alpha}=\frac{\sin B}{\beta}=\frac{\sin C}{\gamma}$$

- 餘弦定律

$$\alpha^2=\beta^2+\gamma^2-2\beta\gamma\cdot\cos A$$

三力的靜力平衡

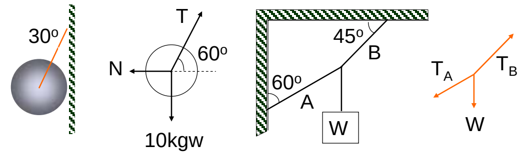
- 三個力量同時作用在同一物體上，使其維持靜力平衡狀態，則此三力



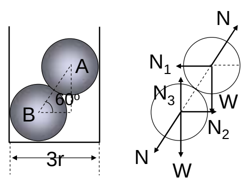
$$\frac{F_1}{\sin\theta_1} = \frac{F_2}{\sin\theta_2} = \frac{F_3}{\sin\theta_3}$$

三角函數-邊角關係-在物理的應用

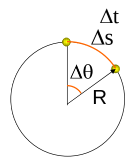
- 用在力的分解與結合



三角函數-邊角關係-在物理的應用



弧長與圓心角



- 圓週長
- 角度 $2\pi R$
  - 360度
- 弧度 2π(弧度)

$$\Delta s = R \cdot \Delta\theta$$

單位：弧度

- 物理上的應用
  - 處理「轉動」「圓週運動」